

УДК 378.147.88:51

**ОРГАНИЗАЦИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ
ПОСРЕДСТВОМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ПРИ РЕШЕНИИ НАУЧНЫХ И ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ****Н. В. Гуцко**кандидат физико-математических наук,
зав. кафедрой математического анализа УО МГПУ им. И. П. Шамякина**С. В. Игнатович**

старший преподаватель кафедры математического анализа УО МГПУ им. И. П. Шамякина

С. В. Трубниковкандидат физико-математических наук, доцент,
зав. кафедрой информатики и прикладной математики
ФГБОУ ВПО «Брянский государственный университет им. акад. И. Г. Петровского»

Цель исследовательской деятельности в образовании заключается в приобретении студентами в процессе обучения в вузе функционального навыка исследования как универсального способа освоения действительности. В связи с этим в данной статье рассмотрена организация научно-исследовательской деятельности студентов в форме кружковой работы на основе поэтапного решения прикладных задач. Такая форма способствует повышению мотивации к учебной деятельности и активизации личностной позиции учащегося в образовательном процессе, основой которых является приобретение субъективно новых знаний.

Введение

Подготовка специалиста, способного на современном уровне решать задачи научно-исследовательской деятельности, является одним из актуальных вопросов для всех уровней профессионального образования. С определенной мерой успешности он решается в образовательном процессе высшей школы путем развития творческих способностей студентов. Как известно, результативность высшего образования в значительной мере зависит от уровня развития указанных способностей. В то же время анализ курсовых работ последних лет показал, что лишь 14% студентов третьих курсов могут решать простые креативные задачи, требующие достаточно развитых творческих умений и навыков. Низкий уровень развития этих умений и навыков препятствует качественной реализации научно-исследовательской деятельности студентов в вузе, а также впоследствии и в педагогической работе начинающих учителей.

Для решения данной проблемы нами предлагается рассмотреть как одну из эффективных форм организации научно-исследовательской деятельности студентов и развития их творческих способностей кружковую работу. На кафедре математического анализа УО МГПУ имени И. П. Шамякина с 2007 года действует кружок по решению олимпиадных задач по математике с целью подготовки студентов для участия в республиканских и международных олимпиадах среди студентов вузов. В процессе подготовки анализируются решения олимпиадных примеров предыдущих лет и решения задач повышенной трудности по разделам математики: алгебра и теория чисел, геометрия, математический анализ и теории вероятностей. В рамках реализации программы данного кружка к научно-исследовательской работе привлекаются студенты нескольких специальностей физико-математического факультета: «Математика. Информатика», «Физика. Математика», «Прикладная математика (научно-педагогическая деятельность). Математическая физика».

Анализ олимпиадных материалов последних лет показал, что в задания по математике стали включать задачи исследовательского характера, а это требует от студентов развитых творческих умений, а также навыков проведения качественного исследования нетипичных научных и прикладных задач. Такие же требования предъявляются и к квалифицированным специалистам, перед которыми ставится задача вовлечения учащихся средних общеобразовательных школ в научно-исследовательскую деятельность посредством написания исследовательских работ, участия

школьников в научных конференциях различного уровня, а также участия в ежегодном Республиканском турнире юных математиков. Следует отметить, что командные соревнования направлены не только на привлечение учащихся к исследовательской работе в области математики, но и привитие им навыков проведения коллективных научных исследований, представление и защиту своих результатов, ведение научной дискуссии в формах, принятых математическим научным сообществом [1]. При этом предлагаемые задания носят исследовательский характер и наилучшие обобщения и полные решения неизвестны даже их авторам, поэтому учащимся необходимо:

- максимально полно исследовать каждую задачу, но в то же время нужно иметь в виду, что в ряде задач *интерес представляют даже отдельные частные случаи*;
- попытаться *усилить ряд утверждений*, приведенных непосредственно в формулировках задач;
- кроме исходной постановки, *рассмотреть свои направления*; во всех подобных случаях четко сформулировав уточнения в формулировках рассматриваемых задач и направлений исследования.

Преподаватели кафедры математического анализа неоднократно привлекались к подготовке учащихся к математическим олимпиадам и Республиканскому турниру юных математиков (сборная команда учащихся школ г. Осиповичи – Гуцко Н. В.; команды учащихся областного лицея и гимназии г. Мозыря – Коршков Ф. Д.). Все это позволяет сделать вывод о том, что подготовка студентов физико-математического факультета как будущих учителей математики, физики и информатики к организации научно-исследовательской деятельности школьников в настоящий момент особенно актуальна.

В связи с этим в 2010 году в программу вышеуказанного кружка был включен раздел по решению задач исследовательского характера с помощью математического и компьютерного моделирования. Работа по данному разделу направлена на подготовку студентов к самостоятельной исследовательской деятельности посредством выполнения конкретных нетиповых заданий научно-исследовательского характера. В ходе работы кружка рассматриваются возможности математического и компьютерного моделирования при решении сложных научных и практических прикладных задач. Излагается современная методология научных исследований, основанная на понятиях математической и компьютерной модели, вычислительного эксперимента. Подробно, на конкретных примерах, рассматриваются вопросы построения и исследования математических и компьютерных моделей [2].

Результаты исследований и их обсуждение

Прикладная задача рассматривается нами традиционно, т. е. как задача исследования тех или иных характеристик какого-либо природного или социального явления или процесса (в дальнейшем будем называть оригинал). При решении прикладных задач можно выделить относительно независимые этапы, которые ложатся в основу планирования студентами этапов научно-исследовательской работы, а именно:

1. Построение прикладной математической модели.
2. Исследование построенной математической модели. Построение компьютерной модели.
3. Исследование компьютерной модели. Постановка и проведение вычислительного эксперимента.
4. Интерпретация полученных результатов (перенос свойств моделей на оригинал).

Рассмотрим более подробно работу на каждом из перечисленных этапов.

Прежде чем приступить к построению прикладной математической модели, студенты проводят анализ теоретических основ по проблеме исследования. Например, работа над задачами раздела «Математические и компьютерные модели физики» начинается с рассмотрения основных положений классической механики, знание которых необходимо для построения и понимания математических моделей, которые будут рассматриваться далее. Затем приводятся простейшие модели небесной механики, используемые в астрономии и космонавтике, основанные на классической механике Ньютона.

Построение прикладной математической модели начинается с подбора моделей и идеализаций, которые в дальнейшем будут использоваться. При этом выделяются основные понятия и характеристики исследуемых явлений или процессов. Обычно в качестве характеристик выступают величины или функции (входные и выходные данные). Далее формулируются отношения между входными и выходными данными в виде математических формул, выбирается система единиц измерения величин, используемых в предметной модели (например, система Си) и производится их обезразмеривание (переход к безразмерным величинам) – переход от размерных физических величин к безразмерным величинам, в результате отбрасывая их размерности и не меняя их обозначений. В результате обезразмеривания величины и отношения потеряют конкретное предметное содержание и останутся в чистом виде математическая форма исследуемых явлений или процессов – их математическая модель. Эта прикладная математическая модель обычно представляет собой систему математических отношений, соединяющую входные данные с выходными данными.

При построении прикладной математической модели нельзя обойти стороной вопрос о корректности постановки прикладной математической задачи. Понятие корректной постановки задач математической физики было введено в 1902 году Адамаром Ж. Некорректно поставленные задачи наиболее трудны для применения численных методов, и долгое время их никто не рассматривал. Но в настоящее время многие из таких задач поддаются решению. Это стало возможным благодаря работам Тихонова А. Н. и его учеников [3], [4].

При постановке прикладной математической задачи обычно проводится доказательство существования и единственности решения задачи, а также исследование устойчивости. Постановкой прикладной математической задачи завершается процесс построения математической модели.

Далее подбираются известные или создаются новые методы решения поставленной прикладной математической задачи. Если задача достаточно простая, то её решение находится аналитически. А если этого сделать не удаётся, то создаётся или подбирается численный метод, позволяющий получить приближённое решение задачи с заданной точностью. На основе метода строится алгоритм, пишется программа, реализующая этот алгоритм. На данном этапе работы следует обращать внимание на абсолютные числовые значения величин, которые могут оказаться очень большими. В условиях ограниченности разрядной сетки компьютера это может привести к неоправданному увеличению вычислительной погрешности, переполнению разрядной сетки ПК и, в конечном итоге, сужению сферы применения компьютерной модели. Для того чтобы программа работала надёжно, желательно, чтобы абсолютные числовые значения всех величин были порядка 1. Этого можно добиться масштабированием величин, путём изменения их размерности. В результате масштабирования фактически осуществляется переход в другую, нестандартную систему единиц.

В качестве примера приведем масштабирование величин, проведенное для модели полета тела в гравитационном поле звезды и планеты. Рассмотрим характерные значения, которые принимают величины. В качестве типичной звезды выберем Солнце, а в качестве типичной планеты – Землю. Масса Солнца равна $1,99 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, а масса Земли – $5,976 \cdot 10^{24} \text{ кг}$. Период обращения Земли вокруг Солнца равен $1 \text{ год} = 365,25 \text{ суток} = 31557600 \text{ с}$. Средний радиус орбиты Земли равен $1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$. Произведём масштабирование. Введём новую единицу измерения массы

(1 ем), равную 10^{30} кг . Тогда масса Солнца составит $1,99 \text{ ем}$, а масса Земли – $5,976 \cdot 10^{-6} \text{ ем}$.

Введём также новую единицу измерения времени (1 евр), равную $100 \text{ суток} = 8,64 \cdot 10^6 \text{ с}$. Тогда период обращения Земли вокруг Солнца составит $3,6525 \text{ евр}$. Для измерения расстояний нет необходимости придумывать новую единицу, она уже есть. Это астрономическая единица (1 ае), равная среднему радиусу орбиты Земли ($1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$). Перейдём в новую систему единиц и выразим все величины через них. Так, например, единицей измерения скорости теперь будет

не $1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, а $1 \frac{\text{ае}}{\text{евр}} = \frac{1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}}{8,64 \cdot 10^6 \text{ с}} = 17315 \frac{\text{м}}{\text{с}}$. Гравитационная постоянная также изменит своё

значение в новой системе единиц:

$$G = 6.672 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{с^2 \cdot кг} = \frac{6.672 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{1}{1,496 \cdot 10^{11}}\right)^3 \cdot ае^3}{\left(\frac{1}{8,64 \cdot 10^6}\right)^2 \cdot евр^2 \cdot \left(\frac{1}{10^{30}}\right) \cdot ем} = 1,478 \frac{ае^3}{евр^2 \cdot ем}$$

После описанной замены системы единиц измерения величин (масштабирования) перейдём опять к величинам безразмерным путём отбрасывания всех размерностей. Таким образом, после процедуры масштабирования все величины, входящие в нашу математическую модель, будут иметь абсолютные числовые значения порядка 1 и построенная на её основе компьютерная модель будет более устойчивой к вычислительным погрешностям.

Затем написанная программа отлаживается и тестируется. В результате получается компьютерная модель.

На третьем этапе работы проводится исследование компьютерной модели, осуществляется постановка и проведение вычислительного эксперимента. Компьютерные модели обычно подвергаются экспериментальному исследованию. Рассматриваются зависимости выходных данных от входных. В основе своей экспериментальные исследования модели и оригинала очень близки по своей идеологии и методологии. При экспериментальном исследовании компьютерной модели входные данные просто задаются, а выходные – вычисляются. Во всём остальном методика постановки экспериментальных исследований оригинала и компьютерной модели совершенно аналогичны.

На четвертом этапе работы результаты вычислительного эксперимента и теоретических исследований переформулируются и обобщаются (интерпретируются) в терминах конкретной предметной области. Результатами вычислительных экспериментов нередко являются не только таблицы и графики зависимостей отдельных выходных данных от входных, но и более общие закономерности, выявленные с помощью этих графиков и таблиц. На основе найденных закономерностей нередко строятся новые математические модели. При этом фактически производится перенос полученных свойств математической и компьютерной моделей на исследуемый оригинал.

Рассмотрим пример организации такого исследования (вычислительного эксперимента). Начнём с известной из школьного курса задачи. Рассматривая движение спутников вокруг Земли по круговым орбитам, обычно во всех книгах для школьников используют упрощённую модель. Движение Земли вокруг Солнца, а также само Солнце и другие планеты (включая Луну) игнорируются. Система отсчёта, связанная с центром Земли, считается инерциальной. Спутник и Земля заменяются материальными точками. При использовании таких упрощающих идеализаций модель движения спутника вокруг Земли по круговой орбите совпадает с моделью движения материальной точки по окружности. Обозначим через R радиус этой окружности. Ясно, что если орбита спутника низкая (R – мало) и влияние Земли велико (много больше Солнца), то такая упрощённая модель даст результаты достаточно точные. Но если попытаться запустить спутник на очень высокую орбиту (при достаточно большом значении R), спутник не будет двигаться по окружности вокруг Земли, он будет оторван Солнцем и покинет окрестности Земли. Попробуем установить, как будет меняться характер движения спутника с ростом R . Такова в общих чертах цель нашего качественного исследования.

Методика проведения вычислительного эксперимента следующая. Массы Земли и Солнца известны: $M_1 = 5,976 \cdot 10^{-6} ем$, $M_2 = 1,99 ем$. Будем считать, что Земля вращается вокруг солнца по круговой орбите радиуса в $1 ае$. В системе отсчёта, связанной с центром масс Солнца и Земли, и Солнце и Земля будут в этом случае двигаться по круговым орбитам вокруг начала координат. Опять возникает задача о движении по окружности пары тяготеющих материальных точек.

Зададим начальные условия такого движения. Обозначим радиусы орбит Земли и Солнца через l и L . По условию, $l + L = 1 ае$. Учитывая, что $L = \frac{M_1}{M_2} \cdot l = 3,00 \cdot 10^{-6} \cdot l$, и подставляя это

выражение в предыдущее равенство, получим $l = \frac{1}{1.000003} = 0,999997 ае$. Теперь определяем

модуль скорости движения Земли:

$$|\mathbf{v}_1| = \frac{\sqrt{G \cdot l \cdot M_2}}{(l+L)} = \frac{\sqrt{1,478 \cdot 0,999997 \cdot 1,99}}{1} = 1,714996 \frac{ae}{евр}$$

Начальные данные для запуска Земли, Солнца и тела выберем в соответствии с рисунком 1. Начальные данные для Солнца задавать не нужно.

Для того чтобы Земля полетела по окружности радиуса l вокруг начала координат, как показано на рисунке 1, необходимо выбрать для неё следующие начальные данные: $x_1^{(0)} = 0,999997 ae$, $y_1^{(0)} = 0 ae$.

$$v_{1x}^{(0)} = 0 \frac{ae}{евр}, v_{1y}^{(0)} = 1,714996 \frac{ae}{евр}$$

Тело необходимо запустить так, чтобы оно полетело по окружности заданного радиуса R вокруг Земли, если не учитывать Солнца, а систему отсчёта, связанную с центром Земли считать инерциальной. Для этого модуль начальной скорости тела относительно Земли должен быть

$$|\mathbf{v}_{отн}^{(0)}| = \sqrt{\frac{G \cdot M_1}{R}} \frac{ae}{евр}$$

Начальная скорость тела в исходной системе координат $\mathbf{v}^{(0)}$, согласно закону сложения скоростей, должна быть равна сумме скоростей $\mathbf{v}^{(0)} = \mathbf{v}_1^{(0)} + \mathbf{v}_{отн}^{(0)}$.

Для того чтобы тело полетело по окружности радиуса R вокруг Земли (без учёта Солнца), как показано на рисунке 1, необходимо выбрать для него следующие начальные данные:

$$x^{(0)} = x_1^{(0)} + R = (0,999997 + R) ae, y^{(0)} = 0 ae, v_x^{(0)} = 0 \frac{ae}{евр}, v_y^{(0)} = v_{1y}^{(0)} + |\mathbf{v}_{отн}^{(0)}|$$

Таблица 1

R км	R ae	$ \mathbf{v}_{отн}^{(0)} \frac{ae}{евр}$	$v_y^{(0)} \frac{ae}{евр}$	$x^{(0)} ae$
10000	6,68449E-05	0,363503258	2,078499258	1,000063845
400000	0,002673797	0,057474912	1,772470912	1,002670797
580000	0,003877005	0,047730316	1,762726316	1,003874005
760000	0,005080214	0,041696683	1,756692683	1,005077214
820000	0,005481283	0,04014222	1,75513822	1,005478283
940000	0,006283422	0,037492498	1,752488498	1,006280422

Итак, все необходимые начальные данные определены. Они зависят от одного параметра R . Наша задача состоит в том, чтобы получить траектории полёта тела при различных значениях R и установить, при каких значениях R тело будет стабильно двигаться по круговой орбите, при каких R начнёт проявляться неустойчивость в его движении и при каких R произойдёт отрыв тела от Земли. Набор уже просчитанных по формулам начальных данных для исследования приведен в таблице 1. Многие искусственные спутники имеют орбиты ниже самого первого значения R в таблице. Второму значению R примерно соответствует движение Луны. Траектория спутника с параметрами запуска, соответствующими предпоследней строчке таблицы 1, приведена на рисунке 2.

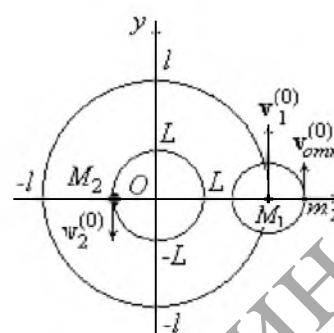


Рисунок 1

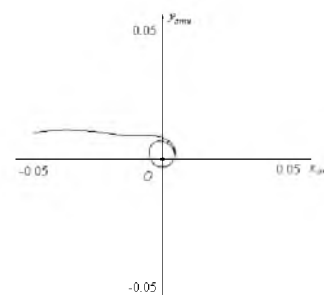


Рисунок 2

Траектория спутника изображена в системе координат, начало которой связано с центром планеты. Из рисунка видно, что на втором обороте произошел отрыв спутника Солнцем. Таким образом, если бы радиус орбиты Луны оказался всего лишь в 2 раза больше, чем теперь, то Луна не смогла бы удержаться на этой орбите.

Сфера применения математических и компьютерных моделей стремительно расширяется. Появляются всё новые и новые направления их применения. Кроме того, моделирование – понятие многогранное, а применяемые модели весьма разнообразны. Все это позволяет расширять круг прикладных задач, подлежащих исследованию в рамках кружковой деятельности. В ходе решения задач научно-исследовательского характера студенты приобретают навыки по поиску информации, отбору необходимых сведений по проблеме исследования, а также подготовке и анализу полученных результатов. Следует отметить, что данные навыки являются основополагающими при написании курсовых работ.

Приведем, например, результаты выполнения курсовых работ студентами физико-математического факультета, обучающимися по специальности «Математика. Информатика». В связи с началом деятельности кружка в 2007 году, а также с введением в 2010 году в программу работы кружка раздела по решению задач исследовательского характера с помощью математического и компьютерного моделирования для анализа выбран период с 2007–2008 учебного года по 2012–2013 учебный год (таблица 2).

Таблица 2

Учебный год набора студентов	Курсы, на которых выполняются курсовые работы			
	3 курс		4 курс	
	средний балл, полученный студентами группы за курсовую работу	учебный год, в котором выполнялась курсовая работа	средний балл, полученный студентами группы за курсовую работу	учебный год, в котором выполнялась курсовая работа
2005–2006	5,39	2007–2008	6,64	2008–2009
2006–2007	5,8	2008–2009	7,18	2009–2010
2007–2008	6,4	2009–2010	7,3	2010–2011
2008–2009	6,46	2010–2011	7,5	2011–2012
2009–2010	6,7	2011–2012	8,16	2012–2013

Данные, приведенные в таблице 2, показывают, что с привлечением студентов к научно-исследовательской деятельности посредством занятий в кружке наблюдается стабильный рост уровня выполнения курсовых работ, о чем свидетельствует растущий средний балл. Кроме того, 56% студентов 4 курса решают креативные задачи, в то время как среди студентов 3 курса этот показатель значительно ниже.

Организация в рамках работы кружка обсуждений отдельных фрагментов исследований, проведение открытых прослушиваний полученных результатов с целью дальнейшего их анализа, выступления с авторскими исследованиями – все это способствует формированию навыков студентов анализировать собственные исследования с последующим их представлением и обсуждением на студенческих научно-практических конференциях. Тезисы докладов публикуются в сборниках студенческих научно-практических конференций, ежегодно проводимых в университете и других вузах.

За время работы кружка на Республиканский конкурс были подготовлены 6 студенческих научных работ, из которых 1 работа отмечена II категорией и 4 получили III категорию. Студенты, занимающиеся в кружке, ежегодно становятся призерами международных и республиканских предметных олимпиад как в командном зачете, так и в личном первенстве.

Поэтому можно утверждать, что наблюдается положительная динамика формирования исследовательской компетентности студентов, а выбранная форма организации занятий и апробированная программа кружка являются эффективными.

Выводы

По результатам научно-исследовательской деятельности студентов в рамках кружка мы можем сделать вывод, что данная форма работы значительно способствует:

- развитию способностей осознанно совершать действия по поиску, отбору, переработке, анализу, созданию, проектированию и подготовке результатов к познавательной деятельности, направленной на выявление объективных закономерностей между исследуемыми процессами;
- активизации личностной позиции учащегося в образовательном процессе, основой которой является приобретение субъективно новых научных знаний;
- систематизации научных знаний по дисциплинам естественного цикла, результатом чего является успешное участие студентов физико-математического факультета в международных и республиканских предметных олимпиадах и турнирах;
- повышению мотивации к учебной деятельности, о чем свидетельствует рост уровня выполнения курсовых работ, а также осознанный выбор их тематики;
- формированию умений и навыков студентов проведения самостоятельных исследований при решении конкретных нетиповых задач научно-исследовательского характера;
- подготовке студентов к дальнейшей эффективной профессиональной деятельности, в том числе разработке математических и компьютерных моделей явлений и процессов окружающей нас действительности и их применению в процессе преподавания.

В целом, научно-исследовательская деятельность студентов является необходимой составной частью системы подготовки высококвалифицированного специалиста, ориентированного на современный стремительно развивающийся рынок труда, инициативного, способного критически мыслить и продолжать применять инновационные методы и технологии в своем развитии, направленном на достижение высоких результатов в профессиональной деятельности.

Литература

1. Республиканский турнир юных математиков // ЮНИ-центр-XXI [Электронный ресурс]. – Режим доступа : www.uni.bsu.by. – Дата доступа : 11.11.13.
2. Трубников, С. В. Компьютерное моделирование : учеб. пособие для вузов / С. В. Трубников. – Брянск : изд-во БГУ, 2004. – 336 с.
3. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1974. – 284 с.
4. Тихонов, А. Н. Вводные лекции по прикладной математике / А. Н. Тихонов, Д. П. Костомаров. – М. : Наука, 1984. – 192 с.

Summary

The goal of research in education is to acquire the students in the learning process in the university studies of functional skills as a universal method of understanding of reality. Therefore, in this paper the organization of the research activities of students in the form of group work in a phased solution of applied problems. This form helps to increase motivation for learning activities and enhance the student's personal position in the educational process, the basis of which is the acquisition of new knowledge is subjective.

Поступила в редакцию 12.11.13