

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЁМНЫХ ОДНОМЕРНЫХ ПУЧКОВ.....	7
1.1 Обзор исследований процессов распространения тёмных пространственных одномерных солитонов в фоторефрактивных кристаллах.....	7
1.2 Применение прозрачных граничных условий для моделирования распространения тёмных и светлых пучков	11
1.3 Формирование тёмного солитона высшего порядка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле.....	25
1.4 Когерентное взаимодействие тёмных нечётных пучков в кубическом поглощающем оптически активном фоторефрактивном кристалле.....	27
2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ТЁМНЫХ ЧЁТНЫХ И НЕЧЁТНЫХ ПУЧКОВ В КУБИЧЕСКОМ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНОМ ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ	31
2.1 Распространение одномерного тёмного чётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле...31	
2.2 Физика формирования квазисолитонного распространения одномерного тёмного чётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле.....	37
2.3 Распространение одномерного тёмного нечётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном пъезокристалле.....	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	49
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	50

ВВЕДЕНИЕ

Существует ряд прикладных задач, требующих исследования одномерных $(1+1)D$ [1] световых пучков в нелинейных средах. Планарные диэлектрические волноводы, т.е. устройства, в которых используются одномерные световые пучки, обладают более высокой помехоустойчивостью по сравнению с объёмными волноводами, так как дифракция в них происходит только в одном из поперечных направлений.

В нелинейных оптических средах возможно распространение двух типов пространственных солитонов (квазибездифракционных световых пучков [2]) – светлых и тёмных, которые являются объектом интенсивных теоретических (см., например, [3, 4–9]) и экспериментальных (см., например, [10–12]) исследований.

С помощью одномерных тёмных пучков [3, 14] (оптические пучки, содержащие тёмную область, образованную в результате неоднородности светового поля) в дефокусирующей нелинейной среде могут быть созданы оптические волноводы [13] в различных оптоэлектронных устройствах. Такие структуры, сформированные при низкой (микроватты) мощности светового пучка, могут быть использованы для ведения и распределения по каналам более мощных (ватты) световых пучков другой длины волны, к которым среда является слабо фоточувствительной [15, 16].

Волноводы, создаваемые тёмными пучками, могут образовывать качественно различные структуры в отличие от волноводов, сформированных с помощью светлых пучков. Так, например, тёмный пучок можно использовать для создания одиночного волновода или волновода в виде Y-соединения [17–19].

В зарубежной литературе при исследовании тёмных пучков используются термины «тёмный пространственный солитон» (dark spatial soliton) ([10, 15]), тёмный солитон первого порядка, фундаментальный тёмный солитон ([1, 20]) или «dark self-trapped beam» ([3, 14]), то есть локализованный тёмный пучок. При этом согласно [3, 21] чётный тёмный солитон (even dark beam) и нечётный тёмный солитон (odd dark soliton) – это тёмные пучки, которые при распространении в квазисолитонном режиме в нелинейной среде распадаются на чётное и нечётное количество тёмных пучков соответственно.

Такое определение тёмного солитона противоречит классическому определению светлого пространственного солитона, под которым понимают световой пучок, который в процессе распространения

в нелинейной среде не изменяет своей формы [1]. Казалось бы более естественным придерживаться термина «чётный тёмный пучок» и «нечётный тёмный пучок». Однако, чтобы не противоречить установившимся традициям, наряду с терминами «квазисолитонные чётные и нечётные тёмные пучки» ниже иногда будут использоваться и термины «тёмные чётные и нечётные солитоны».

Следует отметить, что в большинстве зарубежных работ при описании перехода тёмного пучка к более высокому порядку («high order dark spatial solitons») [16], то есть при расщеплении тёмного пучка на несколько тёмных пучков, используют термин «множественные тёмные солитоны» («multiple dark solitons») [9]. Чтобы не идти вразрез со сложившейся терминологией, при появлении новых тёмных провалов, близких к тёмному пучку, ниже будут использованы как термины «квазисолитонные тёмные пучки», «тёмные солитоны», так и термин «множественные тёмные солитоны».

К настоящему времени результаты изучения тёмных пространственных солитонов в различных нелинейных средах показывают возможность их использования для оптического управления светлыми световыми пучками, при котором могут осуществляться операции адресной локализации световых пучков и переключения оптических каналов (см., например, [22, 23]). Известно (см., например, [24, 25]), что с помощью множественных тёмных пучков, возможно создание специальных разветвленных канальных структур, управляющих перемещением в пространстве светлых квазисолитонных пучков и их расщеплением на несколько светлых световых каналов.

Нелинейной средой, которая может поддерживать распространение как светлых, так и тёмных пучков при сравнительно небольших мощностях света, является фоторефрактивный кристалл. Образование светлых или тёмных $(1+1)D$ пространственных солитонов в таких кристаллах зависит от полярности внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу.

С 1995 года начинается активное исследование пространственных солитонов в фоторефрактивных кристаллах, поскольку с помощью излучения малой оптической мощности (в диапазоне от микроватт до милливатт [26]), можно сформировать в этих средах светлый или тёмный пространственный солитон, компенсируя дифракционную расходимость пучка фоторефрактивной нелинейностью [27].

Благодаря перспективе использования солитонов в оптических устройствах, выполненных на основе фоторефрактивных кристаллов,

изучение особенностей распространения световых пучков в таких средах является актуальной проблемой.

Фоторефрактивные кристаллы находят применение в голографии, устройствах записи, хранения и обработки оптической информации (оптических логических элементах, пространственно-временных световых модуляторах).

Внимание исследователей привлекает, в частности, возможность использования фоторефрактивных кристаллов типа силленита ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO), $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ (BTO)) для создания различных устройств ультрабыстрой оптоэлектроники (см., например, [28]), для записи голографических решеток [29], которые могут использоваться в адаптивных голографических интерферометрах (см., например, [30]).

Представляет интерес исследование распространения тёмных солитонов в этих кристаллах, так как пространственные солитоны в таких средах могут наблюдаться при низкой мощности лазера с возможностью легко переключаться от светлого к тёмному типу солитона. Силлениты принадлежат кубическому классу симметрии 23 без центра инверсии, который разрешает проявление линейного электрооптического эффекта (эффект Поккейса) [29] и гиротропных свойств. Для корректного описания гиротропных свойств нелинейных кристаллов обычно используется теория гиротропии, разработанная Ф.И. Федоровым, Б.В. Бокутем и А.Н. Сердюковым [31–35].

Среди кристаллов группы силленитов особое внимание уделяется кристаллу BSO из-за наилучшего сочетания параметров и простоты выращивания больших монокристаллов. Кубический кристалл BSO обладает высокой светочувствительностью и является перспективной нелинейной средой для создания различных устройств оптоэлектроники на его базе (см., например, [28–30]).

В данной работе проводятся теоретическое и экспериментальное исследования особенностей распространения тёмных пространственных солитонов в фоторефрактивных кристаллах класса симметрии 23 . Показана возможность квазисолитонного распространения чётных и нечётных тёмных пучков. Изучено влияние внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, на процессы распространения тёмных солитоподобных пучков в этом кристалле. Рассмотрены условия перехода от фундаментального тёмного солитона к тёмному солитону более высокого порядка. Предложено физическое объяснение особенностей распространения тёмного солитона.

1 РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТЁМНЫХ ОДНОМЕРНЫХ ПУЧКОВ

1.1 Обзор исследований процессов распространения тёмных пространственных одномерных солитонов в фоторефрактивных кристаллах

Тёмный солитон (провал интенсивности в протяженном постоянном световом фоне [36]), или тёмный оптический пучок, образуется в среде с дефокусирующей нелинейностью. При формировании тёмного пространственного солитона обычно используют два типа начальных условий [10, 15, 16, 20].

Первое условие называется «чётным» условием или «амплитудным скачком». Оно связано с симметричным падением амплитуды светового пучка вблизи его центра (амплитудная неоднородность) без изменения фазы пучка. Пучки такого типа называются чётными тёмными пучками [3, 21]. При распространении четного темного пучка на выходе из нелинейной среды образуется чётное число тёмных пространственных квазисолитонов. При проведении экспериментов для получения тёмного чётного солитона обычно используются амплитудные транспаранты [10, 15, 16]. В частном случае, вместо такого транспаранта, можно применить металлический провод малого диаметра, который вносится в световой пучок.

Второе условие называется «нечётным» условием, или «фазовым скачком» [15, 16]. При использовании такого типа начального условия в половину пучка вводится задержка фазы на π (фазовая неоднородность). Пучки такого типа называются нечётными тёмными пучками [3, 21], которые на выходе из нелинейной среды образуют нечётное число тёмных пространственных солитонов. При проведении экспериментов для получения тёмных нечётных солитонов используют фазовые транспаранты [10, 15, 16], которые характеризуются π -фазовым сдвигом, образующимся вблизи центра пучка путем блокирования половины светового пучка тонкой стеклянной пластинкой.

Первые эксперименты по изучению тёмных пространственных солитонов проводились с использованием в качестве нелинейной среды паров натрия [37], растворов жидкостей [38, 39], керровской среды [40, 41], полупроводникового кристалла InP:Fe [42].

Известны три типа тёмных фоторефрактивных солитонов: 1) квазистационарные тёмные солитоны [43]; 2) фотовольтаические тёмные солитоны [31, 43–46]; 3) экранирующие тёмные солитоны [8, 47].

Квазистационарные солитоны образуются, когда внешнее приложенное к фоторефрактивному кристаллу электрическое поле приводит к медленному процессу экранирования [17]. Данный тип солитонов связан с нелокальностью фоторефрактивного эффекта, проявляющегося в зависимости изменения показателя преломления от поперечных производных распределения интенсивности света. Способы создания волноводов на основе квазистационарных фоторефрактивных тёмных пространственных солитонов представлены в работе [17].

Для формирования фотовольтаических солитонов не требуется внешнее электрическое поле, однако «рождение» такого солитона зависит от интенсивности пучка, свойств материала и температуры [45]. Фотовольтаические солитоны могут существовать в фоторефрактивных кристаллах с сильным фотовольтаическим током.

Предположения о существовании пространственных тёмных фотовольтаических солитонов появляются с 1994 г. [45]. Использование тёмных планарных солитонов, сформированных в LiNbO_3 , для управления светлым пучком с длиной волны, к которой нелинейная среда менее чувствительна, экспериментально продемонстрировано в [44]. Результаты [44] использованы для создания на основе тёмного солитона волновода в виде Y-соединения [48]. Изучению зависимости ширины тёмных солитонов на выходе из кристалла от интенсивности светового пучка и от концентрации Fe в кристалле Ti:LiNbO_3 посвящена работа [49]. В работах [46, 50] представлены результаты изучения свойств и закономерностей распространения тёмных солитонов в фотовольтаических средах.

В одной из недавних работ по фотовольтаическим тёмным солитонам [51] проведено экспериментальное исследование и численное моделирование взаимодействия тёмных пространственных солитонов в LiNbO_3 .

Экранирующие солитоны наблюдаются, когда внешнее приложенное к кристаллу электрическое поле частично экранируется полем пространственного заряда, наведенным световым пучком. В одной из первых экспериментальных работ по фоторефрактивным экранирующим тёмным солитонам [52] использовался кристалл ниобата стронция-бария SBN. В отсутствие внешнего электрического поля тёмная полоса дифракционно уширялась. При включении электрического поля,

приложенного к фоторефрактивному кристаллу, дифракционная расходимость световых пучков, ограничивающих тёмный провал в тёмном пучке, компенсировалась нелинейностью среды.

Достаточно много работ посвящено пространственным тёмным солитонам в фоторефрактивном кристалле SBN. В [8] на основе модели Кухтарева получено волновое уравнение, описывающее распространение одномерных светлых, тёмных и серых пространственных солитонов в фоторефрактивном кристалле SBN. Работы [14, 10, 18, 53–55] посвящены поиску оптимальных условий распространения тёмных пучков различного порядка в фоторефрактивном кристалле SBN.

Впервые одномерные пространственные тёмные солитоны, образованные с помощью фазового или амплитудного транспаранта, в кубическом фоторефрактивном кристалле ВТО наблюдались в 1995 г. [15, 19]. В работах [15, 19] представлены экспериментальные результаты по изучению влияния внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, и ширины тёмного пучка на входе в кристалл на формирование квазисолитонного режима распространения тёмного пучка.

В работе [15], используя расширенный до 2 см в диаметре световой пучок He-Ne лазера (633 нм) и кристалл ВТО, к которому прикладывалось внешнее электрическое поле, продемонстрировано получение тёмных солитонов различных типов и представлены результаты экспериментального изучения волноводных свойств тёмного солитона.

Результаты экспериментального изучения условий, необходимых для получения тёмного пространственного солитона высокого порядка в фоторефрактивном кристалле ВТО, описаны в работе [16]. Количество солитонов, образующихся на выходе из кристалла, зависит от типа неоднородности, с помощью которой сформирован тёмный пучок на входе в кристалл, и ширины пучка. Показано, что при использовании фазовой неоднородности образуется нечётное число тёмных полос на выходе из кристалла, а при использовании амплитудной неоднородности – чётное число. Результаты изучения перехода тёмного солитона к более высокому порядку, полученные при распространении тёмного пучка в кристалле ВТО, качественно близки к результатам исследования перехода тёмного солитона к более высокому порядку, полученным при использовании кристалла SBN [10].

Существует способ задания начальных условий распространения тёмного солитона с помощью компьютерной голограммы. Например, в работе [56] представлены результаты наблюдения асимметричного

Y-соединения, образованного в кристалле ВТО с помощью нелинейной суперпозиции двух отдельных тёмных солитонов, для которых начальное условие было задано компьютерной голограммой.

В 2006 году появляется работа [57], авторы которой предлагают новый интерферометрический способ получения тёмного пространственного солитона в кристалле ВТО, заключающийся в наложении двух когерентных светлых пучков в фоторефрактивном кристалле, к которому приложено внешнее электрическое поле. Результаты такого исследования показывают, что тип формирующегося тёмного пространственного солитона зависит от начальной ширины когерентных светлых пучков, начального расстояния между их центрами и относительной фазы между ними.

Таким образом, изучению особенностей распространения тёмных оптических солитонов в кубическом фоторефрактивном кристалле ВТО посвящено уже достаточно много работ (см., например, [15, 16, 58]). В то же время, несмотря на некоторое количество работ, посвященных изучению одномерных светлых солитонов в кристалле BSO (см., например, [5, 59]), особенности квазисолитонного распространения тёмных пучков в кристалле BSO, насколько нам известно, до сих пор изучены недостаточно.

1.2 Применение прозрачных граничных условий для моделирования распространения тёмных и светлых пучков

При моделировании распространения одномерных световых пучков в нелинейной среде используют пространственную расчётную область, имеющую форму прямоугольника со сторонами s и d , где s – ширина вычислительного окна, ограничивающая поперечный размер расчётной области; d – длина вычислительного окна, формально совпадающая с длиной нелинейной среды, в которой распространяется световой пучок. Обычно в численном эксперименте используют наиболее простые нулевые граничные условия (см., например, [60]), при этом значения поля светового излучения на границах ($s = \text{const}$) вычислительного окна полагают равными нулю. В случае использования таких граничных условий при достижении моделью электромагнитной волны поперечной границы происходит её «отражение», как от металла, тем самым возникает нежелательное взаимодействие «падающей» и «отраженной» волн, которое приводит к искажениям в картине распространения модели светового излучения. Для того чтобы «отраженная» от границ волна не успевала дойти до интересующей нас области и исказить результаты вычислений, ширину вычислительного окна s значительно увеличивают.

Таким образом, при использовании нулевых граничных условий возникают проблемы, связанные с необходимостью использования большой ширины s вычислительного окна, что приводит к дополнительным затратам времени счета.

Для преодоления этих трудностей можно моделировать распространение светового излучения с помощью прозрачных граничных условий [61, 62], почти полностью устраняющих появление волн, «отраженных» от поперечных границ вычислительного окна, с сохранением высокой точности получаемых результатов.

Рассмотрим особенности применения прозрачных граничных условий при моделировании квазисолитонного распространения одномерных светлых и тёмных пучков в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле.

Пусть одномерный световой пучок распространяется в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле класса симметрии 23 среза ($\bar{1}\bar{1}0$) вдоль оси z и дифрагирует только вдоль направлений x и $-x$ (рисунок 1.1). Рассмотрим случай, когда вектор внешнего электрического поля \vec{E}_0 , приложенного к фоторефрактивному кристаллу, параллелен

кристаллографическому направлению $[1\bar{1}\bar{1}]$ ($\theta \approx 35.3^\circ$, где θ – ориентационный угол, отсчитываемый по часовой стрелке от направления $[1\bar{1}0]$ к горизонтально расположенной оси x рабочей системы координат, вдоль которой приложено внешнее электрическое поле.

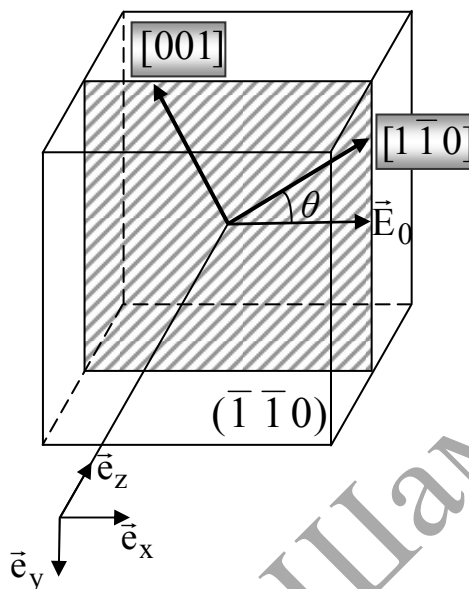


Рисунок 1.1 – Рабочая координатная система хуz и кристаллографические направления

С помощью уравнений Максвелла, основных уравнений фоторефрактивного эффекта [63] и ковариантных выражений электрооптического тензора [64] для произвольного направления вектора внешнего электрического поля в параксиальном приближении получаем следующее нелинейное уравнение для медленно изменяющегося комплексного вектора амплитуды напряженности электрического поля одномерного светового пучка $\vec{A}(x, z)$ (см., например, [5–7])

$$i \frac{\partial \vec{A}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_0^3}{2} \frac{(I_\infty + I_d)}{I_d + I(x, z)} (\vec{A} \hat{r} \vec{E}_0) + i\rho [\vec{e}_z, \vec{A}] = 0, \quad (1.1)$$

где k_0 – длина волнового вектора световой волны в вакууме; n_0 – невозмущенный показатель преломления кристалла; $I(x, z)$ – интенсивность светового пучка; I_d – темновая интенсивность, включающая фоновую подсветку кристалла; ρ – удельное вращение плоскости поляризации в кристалле; I_∞ – значение интенсивности светового пучка при $x \rightarrow \pm \infty$;

\vec{e}_z – единичный вектор, направленный вдоль оси z ; \hat{r} – электрооптический тензор третьего ранга.

Представим вектор \vec{A} в форме [8]

$$\vec{A} = (2\eta_0 I_d / n_0)^{1/2} (u\vec{e}_x + v\vec{e}_y), \quad (1.2)$$

где u и v – безразмерные поляризационные компоненты нормализованного вектора огибающей светового пучка, $\eta_0 = (\mu_0/\epsilon_0)^{1/2}$, μ_0 – магнитная постоянная; ϵ_0 – диэлектрическая постоянная. Для интенсивности будем использовать выражение $I(x,z) = (n_0/2\eta_0)(|A_x|^2 + |A_y|^2) = I_d(|u|^2 + |v|^2)$ [6, 9], где A_x и A_y – комплексные функции, которые характеризуют x - и y -составляющие комплексного вектора \vec{A} . Перейдем к следующим безразмерным переменным [8, 9] $s = x/x_0$ и $\xi = z/(k_0 n_0 x_0)$, где x_0 – произвольная фиксированная пространственная ширина пучка [5]. Введём безразмерные параметры $\beta = (n_0^4 k_0^2 x_0^2 r_{41} E_0) / 2$ [9], $\delta = n_0 k_0 x_0^2 \rho$ [8]. Учитывая ковариантную запись выражения $(\vec{A} \hat{r} \vec{E}_0)$ [65], получаем следующую систему дифференциальных уравнений для нормализованных поляризационных ортогональных компонент u и v [5, 7]:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} - \beta(1 + \gamma) \frac{\mu_1 u + \mu_2 v}{1 + |u|^2 + |v|^2} - i\delta v &= 0, \\ i \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} - \beta(1 + \gamma) \frac{\mu_2 u + \mu_3 v}{1 + |u|^2 + |v|^2} + i\delta u &= 0, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где $\gamma = I_\infty / I_d$,

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 3 \sin \theta \cos^2 \theta, \\ \mu_2 &= \cos \theta (1 - 3 \sin^2 \theta), \\ \mu_3 &= \sin \theta (1 - 3 \cos^2 \theta). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Уравнения системы (1.3) являются дифференциальными уравнениями в частных производных параболического типа, и поэтому, построив разностную сетку по пространственным переменным x и z [66], получаем явную вычислительную схему, которая позволяет получить огибающую пучка численным интегрированием.

Тёмные и светлые солитоны характеризуются различными граничными условиями, так как интенсивность света на краях кристалла имеет различное значение для разных типов солитонов. Для светлых солитонов величина I_∞ [8] (асимптотическое значение интенсивности светового пучка, которое достигается при $x \rightarrow \pm \infty$) равна нулю или равняется интенсивности, созданной темновым или фоновым излучением. Для экспериментального наблюдения тёмных солитонов [10, 15, 16] входной лазерный пучок, освещающий всю поверхность кристалла, на которую он падает, расширяют до 1 или 2 см и тем самым получают практически однородный световой фон, в который можно вложить тёмный провал. Поэтому при теоретических расчетах I_∞ чаще всего принимает значения интенсивности однородного светового фона, где освещенность постоянна.

Тип светового пучка, который может сформироваться в фоторефрактивном кристалле, зависит от двух постоянных величин: E_0 (проекция вектора \vec{E}_0 на ось x) и I_∞ [6, 8]. Для тёмных пучков полярность внешнего электрического поля должна быть противоположна той, которая необходима для формирования квазисолитонного распространения светлого пучка. Так как тёмные пучки представляют собой тёмный провал, вложенный в однородный световой фон, то I_∞ является фиксированной величиной, большей нуля, в отличие от значения $I_\infty = 0$, характерного для светлых пучков.

Основная идея использования прозрачных граничных условий при моделировании распространения светового излучения состоит в экспоненциальном представлении векторной огибающей светового пучка вблизи границы $x = s$ вычислительного окна. Если представить вектор \vec{A} в форме $\vec{A} = A_x \vec{e}_x + A_y \vec{e}_y$, то, согласно [61, 62], предполагается, что около поперечных границ вычислительного окна при фиксированной координате z комплексные функции A_x и A_y можно представить в виде $A_x = A_{x0} \exp(ik_x x)$ и $A_y = A_{y0} \exp(ik_x x)$ соответственно, где A_{x0} , A_{y0} , k_x – комплексные постоянные, при этом k_x – проекция волнового вектора на ось x , причем комплексную величину k_x можно представить в виде $k_x = k_{x1} + ik_{x2}$.

Рассмотрим x -составляющую комплексного вектора \vec{A} . Прозрачные граничные условия заключаются в оптимальном выборе действительной части k_{x1} величины k_x , которая, если рассматривать правую поперечную границу вычислительного окна, при положительном значении приводит к минимальному значению коэффициента отражения.

Если принять, что u_m^{n+1} – огибающая светового пучка в безразмерных единицах для $(n+1)$ -го пространственного шага, то

$$u_m^{n+1} = u_{m-1}^{n+1} e^{ik_x h_x}, \quad (1.5)$$

где k_x вычисляется из предыдущего шага через отношение $\frac{u_{m-1}^n}{u_{m-2}^n}$, h_x – шаг

по пространственной переменной x в безразмерных единицах. Для предотвращения «отражения» в исследуемую область действительная часть k_x должна быть неотрицательной, что делает границу прозрачной и позволяет световой энергии оставить область моделирования (для левой границы принцип применения прозрачных граничных условий аналогичен использованному выше с учетом изменения знака действительной части k_x). Для y -составляющей комплексного вектора \vec{A} используется аналогичный алгоритм.

Для численного моделирования квазисолитонного распространения световых пучков будем использовать следующие параметры кристалла: толщина $d = 20$ мм, показатель преломления, близкий к параметру кристалла BSO, $n_0 = 2.54$. Длина световой волны $\lambda = 0.6328$ мкм, $I_\infty/I_d = 1$ [8] для тёмных пучков, $I_\infty = 0$ для светлых пучков, характерный размер пучка $x_0 = 15$ мкм.

В качестве тёмного пучка будем рассматривать оптический пучок, содержащий тёмную область, образованную в результате фазовой неоднородности светового поля (нечётный тёмный пучок) с профилем амплитуды напряженности пучка, представляющей собой функцию гиперболического тангенса $A(x) = \tanh(x/x_0)$ [1, 3] (рисунок 1.2а). В качестве светлого светового пучка будем использовать перевернутый тёмный пучок (рисунок 1.2б).

При выбранных условиях в результате численных экспериментов установлено, что квазисолитонное распространение светлого пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле BSO толщиной 20 мм наблюдается при значении внешнего электрического поля $E_0 = 26.5$ кВ/см, а нечётного тёмного пучка – при $E_0 = -8.2$ кВ/см.

Эффективность применения прозрачных граничных условий будет максимальна тогда, когда для получения неискаженной картины распределения относительной интенсивности пучка будут использованы наименьшие вычислительные затраты. Для оценки эффективности применения прозрачных граничных условий при моделировании распространения пучков в кубическом оптически активном

фоторефрактивном кристалле выберем минимальную ширину s вычислительного окна, при использовании которой в случае нулевых граничных условий максимальное изменение интенсивности светового поля в рабочей области пучка при уменьшении s -размера вычислительного окна вдвое не превышает 1% от ее исходного значения.

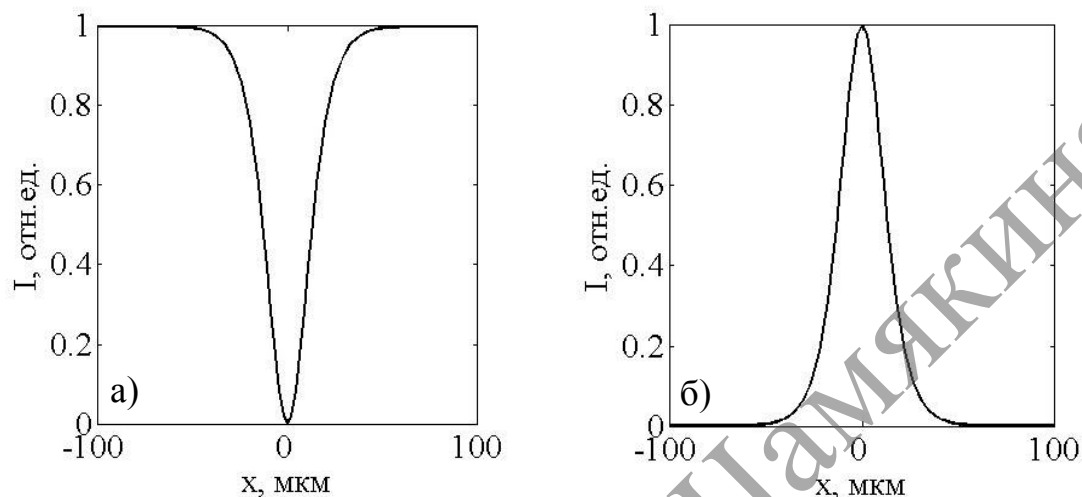


Рисунок 1.2 – Профили тёмного (а) и светлого (б) пучков на входе в кристалл

Под рабочей областью светлого пучка будем понимать область, в которой относительная интенсивность света составляет более чем 1% от максимальной относительной интенсивности. Для тёмного пучка рабочая область – это область пучка, в которой относительная интенсивность составляет более чем 1% от разности между относительной фоновой интенсивностью и минимальной относительной интенсивностью пучка.

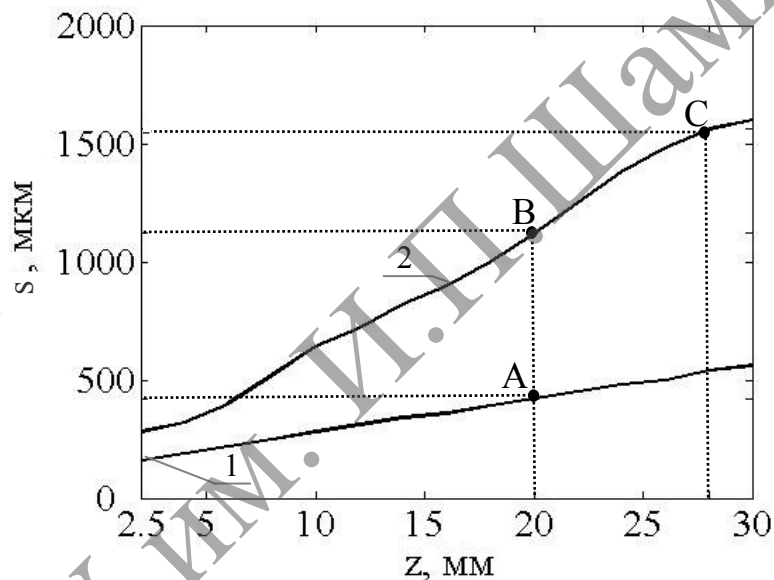
Выбранные таким образом размеры s вычислительного окна позволяют получить практически неискаженную картину распределения относительной интенсивности пучка на выходе из кристалла с использованием нулевых граничных условий за счет того, что «отраженное» от границ вычислительного окна излучение не достигает рабочей области пучка.

На рисунке 1.3 показаны графики зависимости линейного s -размера расчётного окна, необходимого для моделирования квазисолитонного распространения светлого (кривая 1) и тёмного (кривая 2) пучков с учетом нулевых граничных условий, от толщины кристалла d . Как видно из рисунка 1.3, при увеличении толщины кристалла величина s растет как для светлого, так и для тёмного пучков, что связано с усилением влияния «отражения» излучения от поперечных границ вычислительного окна.

Однако скорость возрастания величины s для тёмного пучка почти в три раза больше, чем для светлого, что связано с различным значением величины I_∞ этих пучков.

Из рисунка 1.3 видно, что при толщине кристалла $d = 20$ мм минимальным размерам s_A и s_B вычислительного окна, необходимым для моделирования квазисолитонного распространения светлого и тёмного пучков с учетом нулевых граничных условий, соответствуют точки А и В соответственно, то есть при округлении для светлого пучка $s_A = 420$ мкм, а для тёмного пучка $s_B = 1120$ мкм.

Используем найденные значения s_A и s_B для сравнения результатов моделирования квазисолитонного распространения светлого и тёмного пучков в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле, толщиной 20 мм, с учетом нулевых и прозрачных граничных условий.

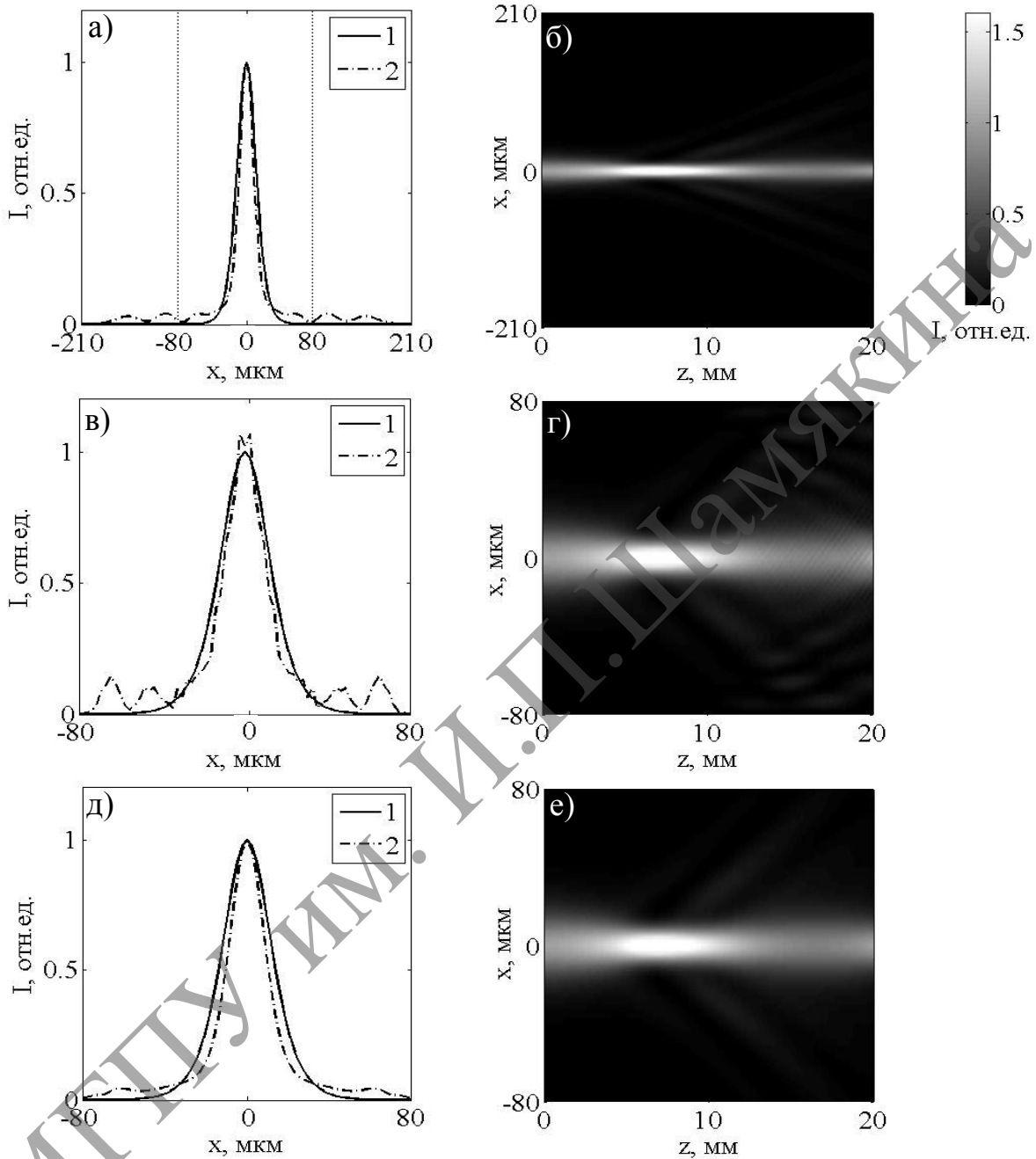


кривая 1 – светлый пучок, кривая 2 – тёмный пучок

Рисунок 1.3 – Зависимость ширины вычислительного окна s от толщины кристалла z

На рисунке 1.4а показан выходной профиль (кривая 2), а на рисунке 1.4б – z -распределение относительной интенсивности светлого светового пучка, распространяющегося в кубическом фоторефрактивном кристалле, полученные с учётом нулевых граничных условий. При этом найденному из рисунка 1.3 минимальному размеру $s_A = 420$ мкм вычислительного окна соответствует интервал значений координаты x (-210 мкм, 210 мкм), при использовании которого «отражение» от границ s вычислительного окна не достигает рабочей области светлого пучка (рисунок 1.4а, б), то есть

интервала координаты x (-80 мкм, 80 мкм), который на рисунке 1.4а обведен штриховой линией.



(а), (в), (д) – профили относительной интенсивности на входе (кривая 1) и выходе из кристалла (кривая 2); (б), (г), (е) – z -распределение относительной интенсивности светового пучка

Рисунок 1.4 – Моделирование распространения светового пучка в квазисолитонном режиме с учетом нулевых (а) – (г) и прозрачных граничных условий (д), (е)

Если уменьшить размеры вычислительного окна до интервала значений координаты x (-80 мкм, 80 мкм), то, как видно из рисунка 1.4г, на расстоянии $z > 7$ мм «отражение» электромагнитных волн от поперечных границ вычислительного окна начинает достигать центра пучка и картина распределения относительной интенсивности светлого пучка испытывает значительные искажения.

Моделирование с учетом прозрачных граничных при таком же уменьшении размера вычислительного окна не приводит к искажению картины распределения относительной интенсивности пучка на выходе из кубического фоторефрактивного кристалла толщиной 20 мм (см. рисунок 1.4д, е).

Уравнение (1.1) учитывает естественную оптическую активность кубических фоторефрактивных кристаллов, которая, периодически изменяя поляризацию светового пучка, оказывает влияние на форму светового пучка и распределение его относительной интенсивности по толщине кристалла.

На рисунке 1.4б,г,е можно видеть периодический отток энергии светового излучения, свидетельствующий о смене поляризационных составляющих светового пучка, известный под названием «бризинг»-эффекта [11].

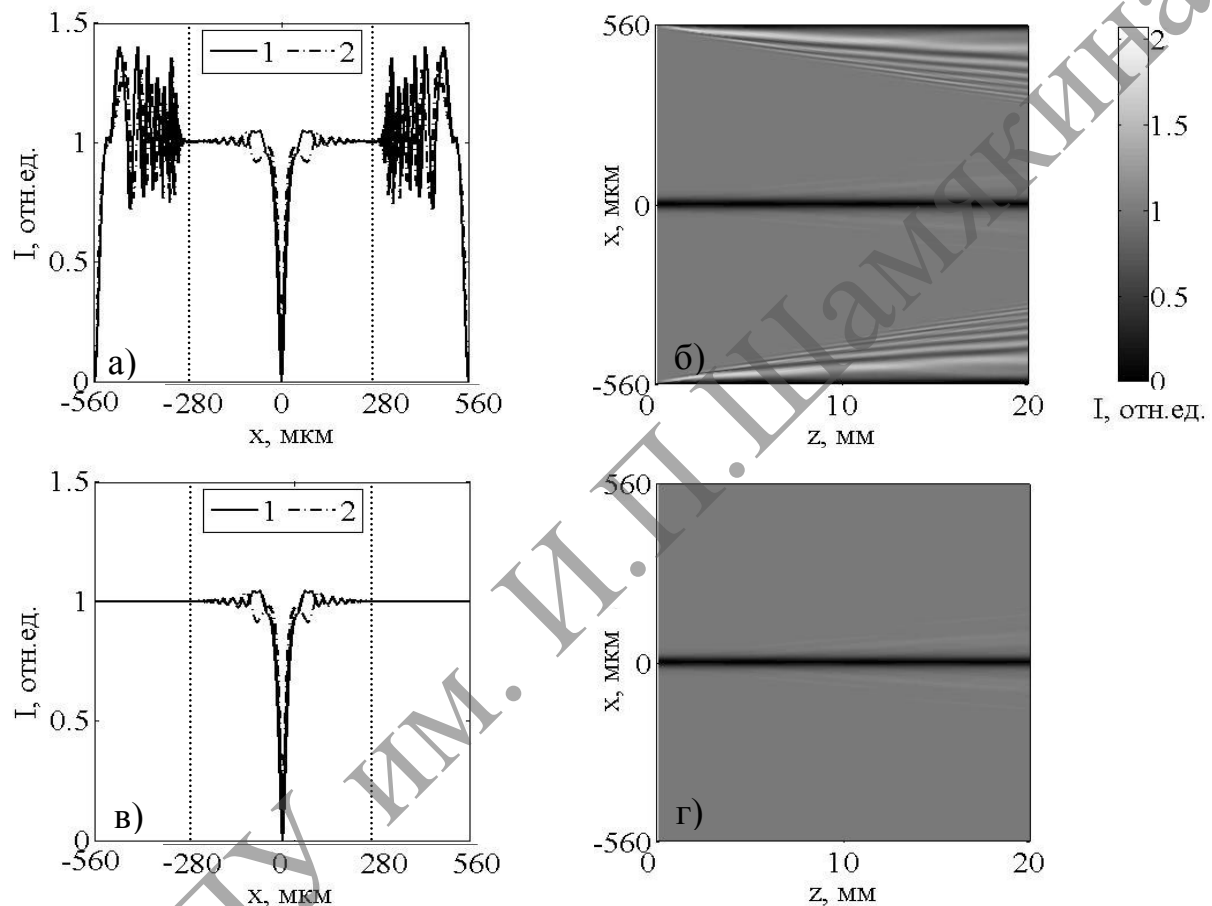
Проведем аналогичный анализ эффективности использования прозрачных граничных условий при моделировании распространения тёмного пучка в квазисолитонном режиме в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле BSO толщиной 20 мм при $E_0 = -8.2$ кВ/см.

Для численных расчетов с применением нулевых граничных условий необходимо использовать ширину вычислительного окна $s_B = 1120$ мкм, которой соответствует интервал значений координаты x (-560 мкм, 560 мкм). Как видно из рисунка 1.5а,б, при этом «отражение» от поперечных границ вычислительного окна не достигает рабочей области тёмного пучка, то есть интервала значений координаты x (-280 мкм, 280 мкм), который на рисунке 1.5а обведен штриховой линией.

Использование значений координаты x (-560 мкм, 560 мкм) и прозрачных граничных условий, как видно из рисунка 1.5в,г, не приводит к заметному искажению картины распределения относительной интенсивности тёмного пучка на выходе из кристалла.

Если уменьшить интервал значений координаты x (-560 мкм, 560 мкм) до интервала (-280 мкм, 280 мкм), то, как видно из рисунка 1.6а, б, использование нулевых граничных условий приводит

к усилению «отражения» электромагнитных волн от границ вычислительного окна при увеличении расстояния z и картина распределения относительной интенсивности тёмного пучка начинает испытывать значительные искажения. Однако, как видно из рисунка 1.6в, г, численное моделирование с использованием прозрачных граничных условий позволяет избежать «отражения» электромагнитных волн от границ вычислительного окна и получить неискаженную картину распределения относительной интенсивности тёмного пучка.



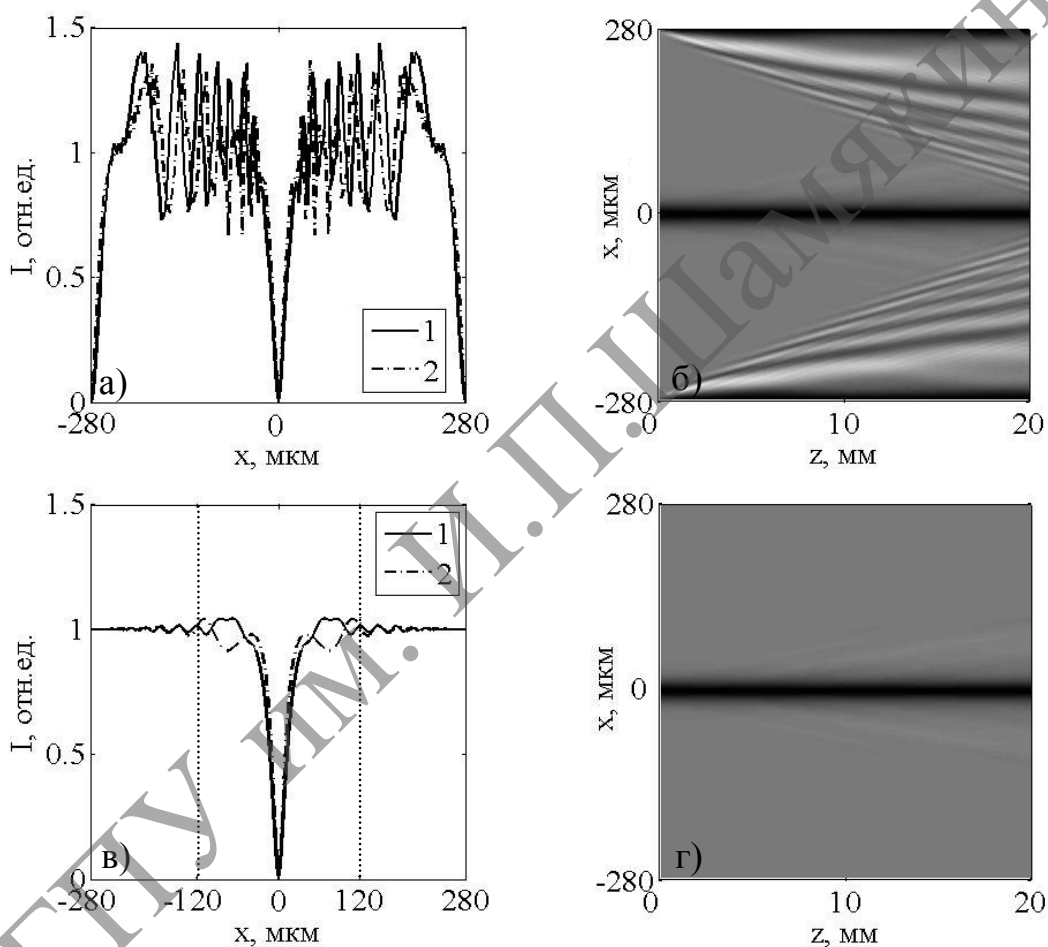
(а), (в) – профили тёмного пучка на входе и выходе из кристалла; кривая 1 – $\rho = 22$ град/мм, кривая 2 – $\rho = 0$; (б), (г) – z -распределение относительной интенсивности тёмного пучка

Рисунок 1.5 – Моделирование распространения тёмного пучка в квазисолитонном режиме с учетом нулевых (а), (б) и прозрачных (в), (г) граничных условий

На рисунке 1.6в пунктирной линией выделен интервал значений координаты x (-120 мкм, 120 мкм), используя который также можно получить справедливый результат распределения относительной

интенсивности темного пучка в результате моделирования с учетом прозрачных граничных условий (см. рисунок 1.7).

При сравнении результатов численных расчетов с учетом прозрачных граничных условий в интервале значений координаты x (-120 мкм, 120 мкм), представленном на рисунке 1.7, с результатами, показанными на рисунке 1.6, видно, что применение прозрачных граничных условий позволяет излучению проходить через границы вычислительного окна при минимальном значении коэффициента отражения.

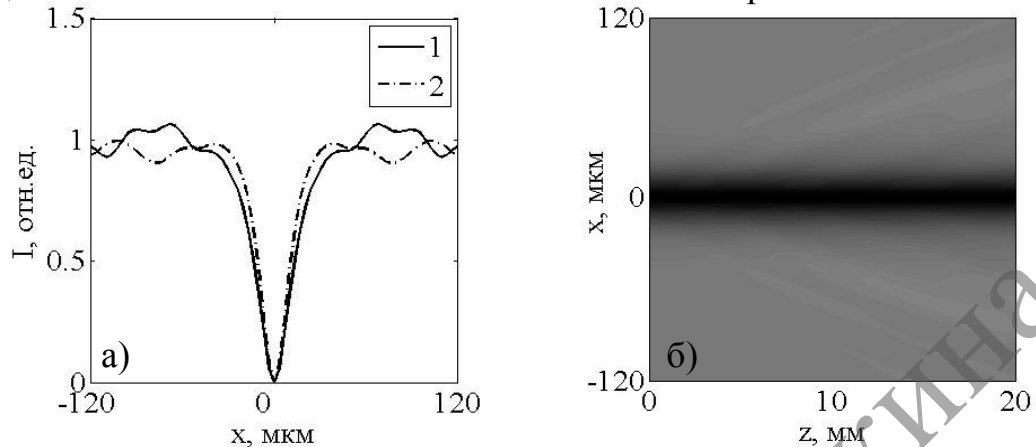


(а), (в) – профили тёмного пучка на выходе из кристалла;
 кривая 1 – $\rho = 22$ град/мм, кривая 2 – $\rho = 0$; (б), (г) – z -распределение
 относительной интенсивности тёмного пучка

**Рисунок 1.6 – Моделирование распространения тёмного пучка
 в квазисолитонном режиме с учетом нулевых (а), (б)
 и прозрачных (в), (г) граничных условий**

Как видно из рисунка 1.3, при увеличении толщины кристалла необходимо увеличение ширины вычислительного окна, чтобы

«отражение» от границ s не достигало рабочей области тёмного пучка и распределения относительной интенсивности на его краях.

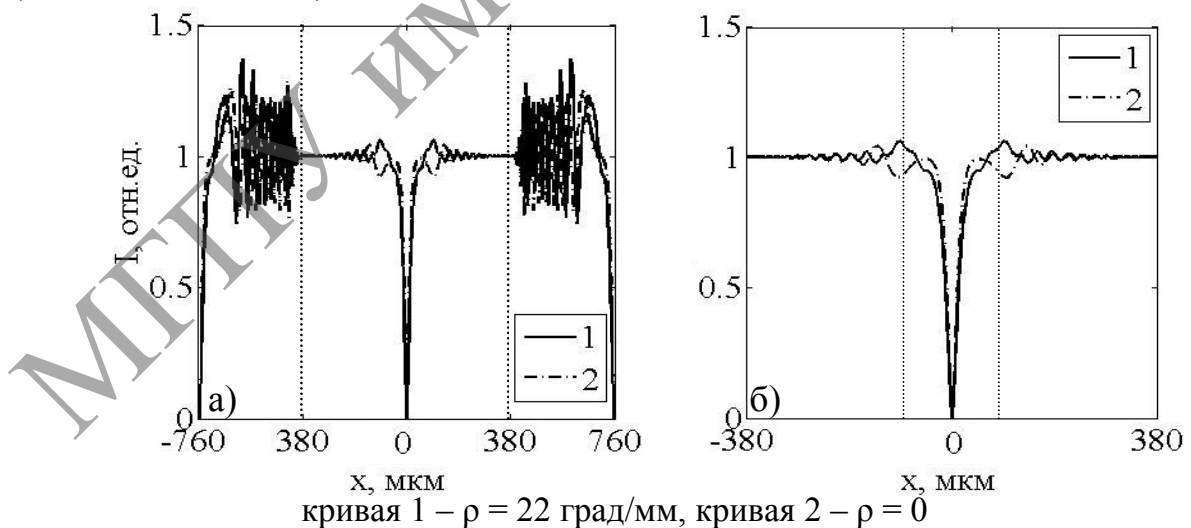


(а) – профили тёмного пучка на выходе из кристалла, где кривая 1 – $\rho = 22$ град/мм, кривая 2 – $\rho = 0$;

(б) – z -распределение относительной интенсивности тёмного пучка

Рисунок 1.7 – Моделирование распространения тёмного пучка в квазисолитонном режиме с учетом прозрачных граничных условий

На рисунке 1.8а показан результат численных расчетов распространения тёмного пучка в кристалле толщиной 28 мм с учетом нулевых граничных условий при использовании ширины вычислительного окна $s_C = 1520$ мкм, значение которой было получено из рисунка 1.3 и которой соответствует интервал значений координаты x (-760 мкм, 760 мкм).



кривая 1 – $\rho = 22$ град/мм, кривая 2 – $\rho = 0$

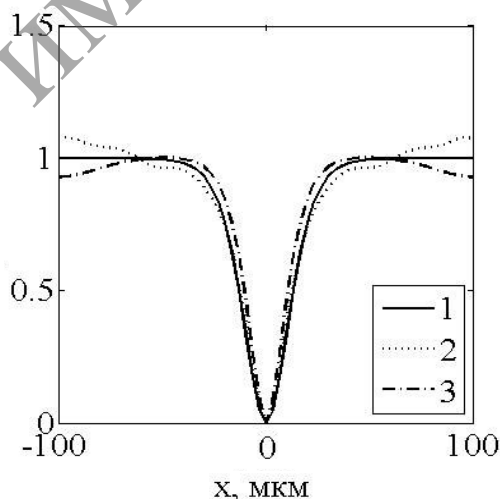
Рисунок 1.8 – Профили относительной интенсивности тёмного пучка, полученные при моделировании квазисолитонного распространения тёмного пучка с учетом нулевых (а) и прозрачных (б) граничных условий

При уменьшении ширины вычислительного окна в 2 раза, с учетом прозрачных граничных условий получаем картину распределения относительной интенсивности тёмного пучка (рисунок 1.8б), полученную при меньших вычислительных затратах с сохранением точности результата.

Из рисунков 1.5–1.8 видно, что независимо от вида граничных условий при моделировании распространения тёмного пучка без учета оптической активности происходит большее сужение тёмной области, чем в случае моделирования с учетом оптической активности.

Если увеличить область, выделенную на рисунке 1.8б пунктирной линией, то можно более наглядно увидеть влияние оптической активности на квазисолитонное распространение тёмного пучка (рисунок 1.9). Оптическая активность качественно изменяет структуру области квазипериодических затухающих пространственных колебаний на краях тёмного пучка за счет вращения плоскости поляризации.

Таким образом, в данном подразделе в результате проведения ряда численных экспериментов продемонстрирована эффективность использования прозрачных граничных условий для моделирования распространения светлого и тёмного пучков в кубическом фоторефрактивном кристалле.



на входе в кристалл – кривая 1; на выходе из кристалла
при $\rho = 22$ град/мм – кривая 2 и при $\rho = 0$ – кривая 3

Рисунок 1.9 – Профили относительной интенсивности тёмного пучка, полученные при моделировании с учетом прозрачных граничных условий

Установлен критерий выбора ширины s вычислительного окна, необходимой для моделирования распространения светлого и тёмного пучков с учетом нулевых граничных условий, и показано, что при увеличении толщины кристалла величина s также увеличивается. Выявлены преимущества применения прозрачных граничных условий, которые заключаются в существенном сокращении вычислительных затрат, особенно для тёмных пучков. Кроме того, показано влияние оптической активности на структуру области квазипериодических затухающих пространственных колебаний на краях квазисолитонного тёмного пучка, распространяющегося в кубическом фоторефрактивном кристалле.

МГТУ им. И.П.Шамякина

1.3 Формирование тёмного чётного солитона высшего порядка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле

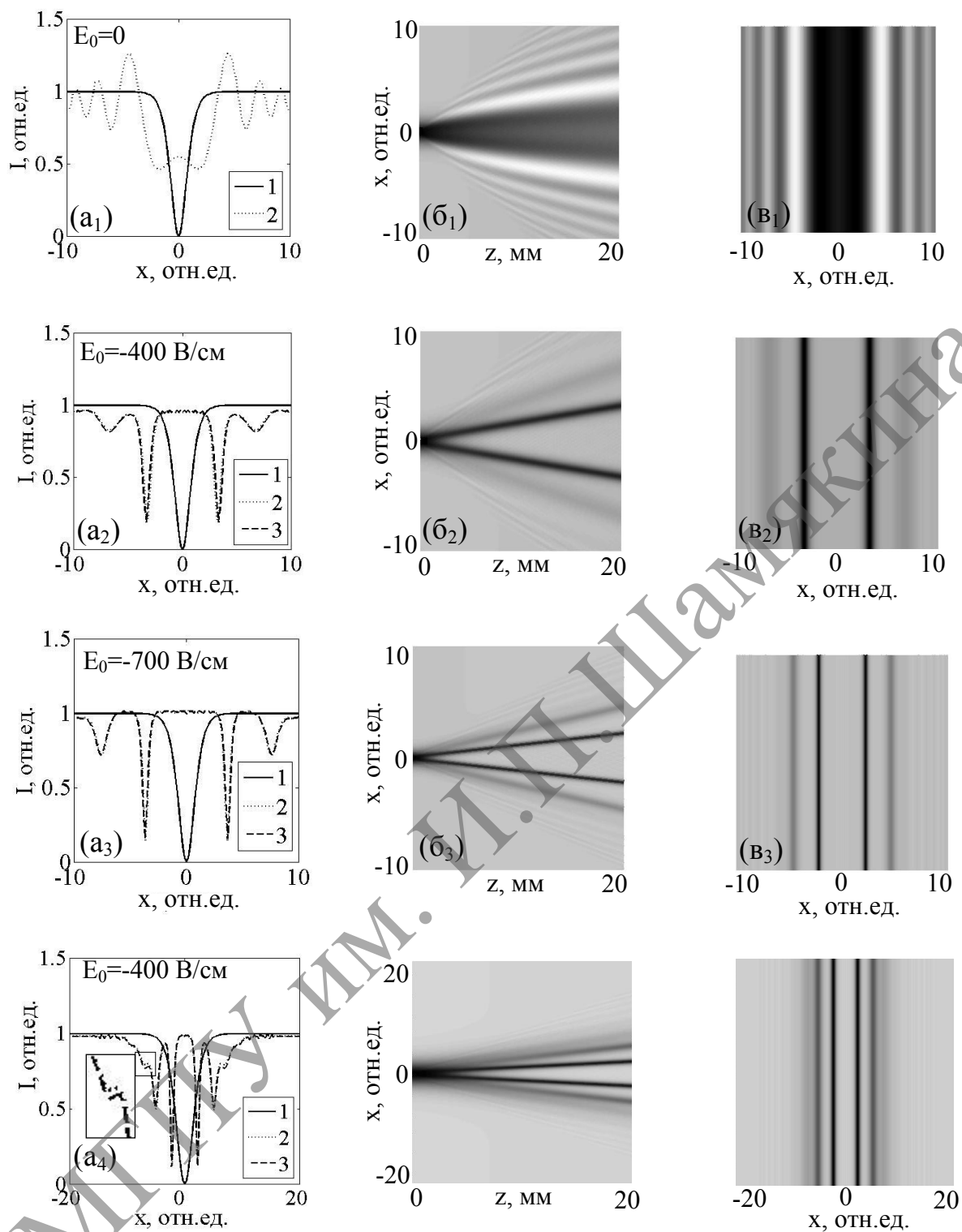
Рассмотрим распространение тёмного чётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле класса 23 среза ($\bar{1}\bar{1}0$), к которому приложено внешнее электрическое поле (рисунок 1.10). В расчётах используем параметры кристалла, описанные в подразделе 1.2 с учетом $I_d = 5 \cdot 10^{-3} \text{ Вт/м}^2$ [11].

В отсутствие внешнего электрического поля за счет дифракции происходит расширение тёмной области пучка, который на входе в кристалл имел начальную полуширину $x_0 = 15 \text{ мкм}$ (кривая 1 в случаях a_1, a_2, a_3, a_4) и увеличение интенсивности на его краях (случай a_1 - v_1).

При значении напряженности внешнего электрического поля $E_0 = -400 \text{ В/см}$, приложенного к кристаллу, можно наблюдать квазисолитонное распространение тёмного чётного пучка (a_2 - v_2), соответствующего самому низкому порядку. Исходная тёмная полоса может быть преобразована в многократные каналы (переход от солитонов низких порядков к солитонам более высоких порядков [7, 9]) в результате распространения в кристалле, к которому приложено внешнее электрическое поле, двумя способами. Первый связан со значительным увеличением модуля напряженности внешнего электрического поля (a_3 - v_3 , $x_0 = 15 \text{ мкм}$, $E_0 = -700 \text{ В/см}$), а второй – с увеличением полуширины тёмного светового пучка (a_4 - v_4 , $x_0 = 30 \text{ мкм}$, $E_0 = -400 \text{ В/см}$).

Следует отметить, что распределения относительной интенсивности тёмного пучка на выходе из фоторефрактивного кристалла, полученные с учётом и без учёта оптической активности (кривые 2 и 3), отличаются незначительно. Заметим также, что в случаях (b_1, b_2, b_3, b_4) и (v_1, v_2, v_3, v_4) распределения светового поля показаны с учетом оптической активности кристалла.

Таким образом, в данном подразделе показано, что для перехода от тёмного чётного солитона низшего порядка к тёмному чётному солитону высшего порядка необходимо увеличение значения внешнего электрического поля, приложенного к фоторефрактивному кристаллу, или изменение полуширины исходного тёмного пучка.



(a₁)-(b₁) – $E_0 = 0$, (a₂)-(b₂), (a₄)-(b₄) – $E_0 = -400$ В/см, (a₃)-(b₃) – $E_0 = -700$ В/см.
Относительная интенсивность на входе (кривая 1) и выходе из кристалла с учётом оптической активности (кривая 2) и без её учета (кривая 3).

Распределение светового поля по толщине кристалла толщиной 20 мм (b₁, b₂, b₃, b₄). Распределение светового поля тёмного пучка на выходе из кристалла (B₁, B₂, B₃, B₄)

Рисунок 1.10 – Распространение чётного тёмного светового пучка с полушириной 15 мкм (a₁-b₃) и полушириной 30 мкм (a₄-b₄)

1.4 Когерентное взаимодействие тёмных нечётных пучков в кубическом поглощающем оптически активном фоторефрактивном кристалле

Интерес к исследованию взаимодействия солитоноподобных световых пучков в фоторефрактивных кристаллах связан с перспективами использования их для адресной локализации световых пучков и переключения оптических каналов.

Рассмотрим когерентное взаимодействие тёмных одномерных нечётных пучков с линейными ортогональными поляризациями, распространяющихся в направлении оси z , перпендикулярной входной плоскости кубического поглощающего оптически активного фоторефрактивного кристалла толщиной 25 мм.

Для описания взаимодействия тёмных пучков в кубическом поглощающем оптически активном фоторефрактивном кристалле класса 23 среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ будем использовать модель, описанную в подразделе 1.2

$$i \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_0^3}{2} \frac{(I_\infty + I_d)}{I_d + I(x, z)} (\bar{A} \hat{r} \bar{E}_0) + i\rho [\bar{e}_z, \bar{A}] + i\alpha \bar{A} = 0, \quad (1.6)$$

где α – коэффициент поглощения.

Уравнение (1.6) отличается от соответствующего уравнения (1.1) учётом поглощения света в кристалле (последнее слагаемое в уравнении (1.6)).

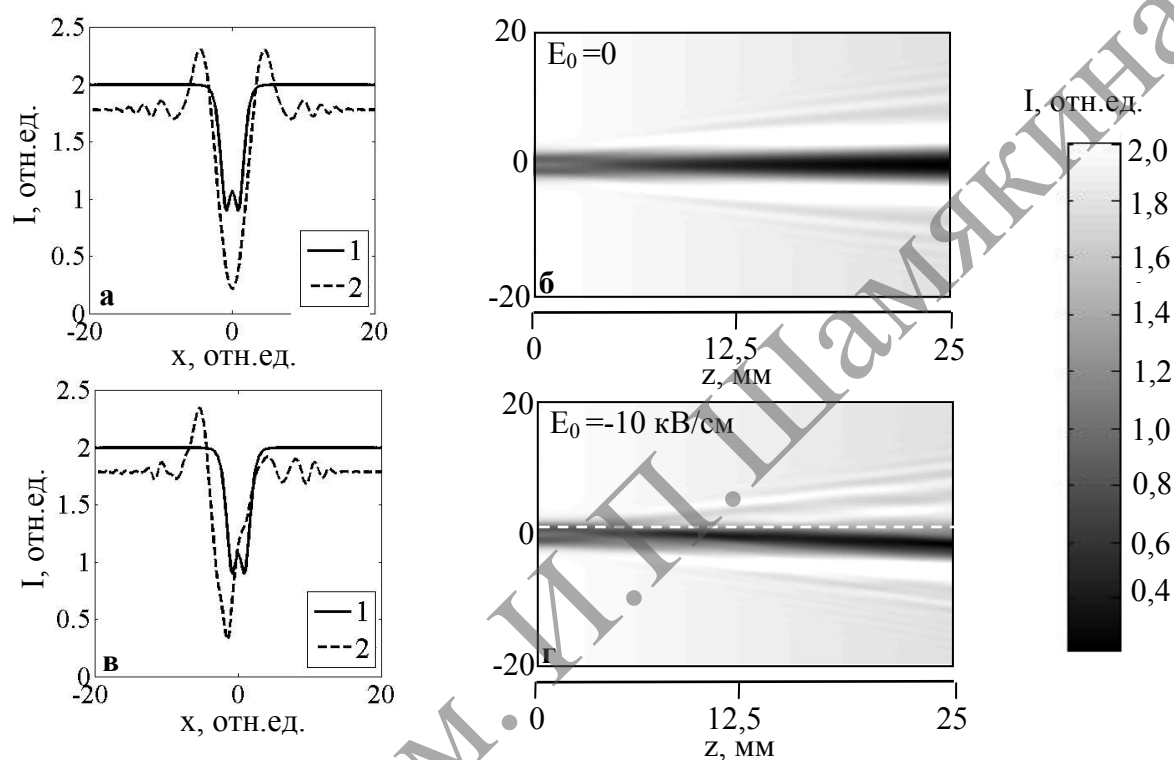
При моделировании взаимодействия тёмных нечётных пучков будем использовать такие же параметры кристалла, как и в подразделе 1.2, с учетом $I_d = 5 \cdot 10^{-3}$ Вт/м² и $\alpha = 5 \cdot 10^{-3}$ м⁻¹ [11]. В численных расчетах будем полагать, что огибающие амплитуд тёмных пучков на входе в кристалл имеют профиль функции гиперболического тангенса [3]

$$A(x) = A_0 \tanh((x \pm \Delta x/2)/x_0), \quad (1.7)$$

где полуширина тёмного пучка $x_0 = 11$ мкм. Расстояние между центрами тёмных пучков $\Delta x = 12$ мкм.

В отсутствие внешнего электрического поля взаимодействующие тёмные пучки при $z > 4$ мм объединяются в один постепенно расширяющийся тёмный пучок (рисунок 1.11а, б). Изменяя параметры взаимодействия (расположение центров тёмных пучков и величину внешнего электрического поля), можно получить изгибание одного тёмного пучка под влиянием другого пучка в сторону последнего.

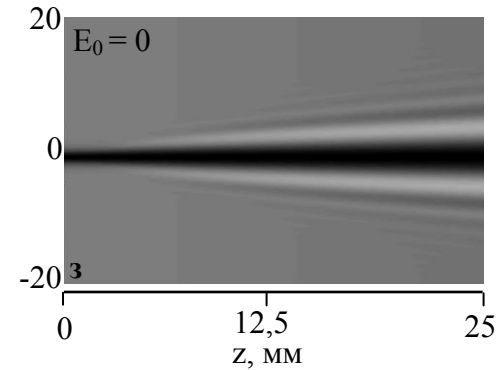
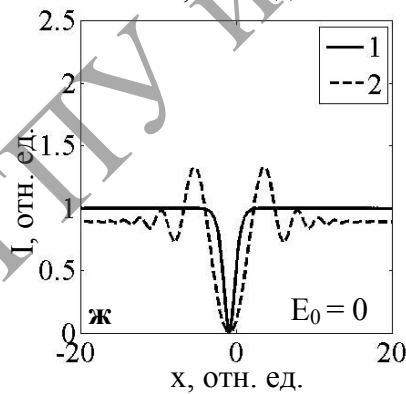
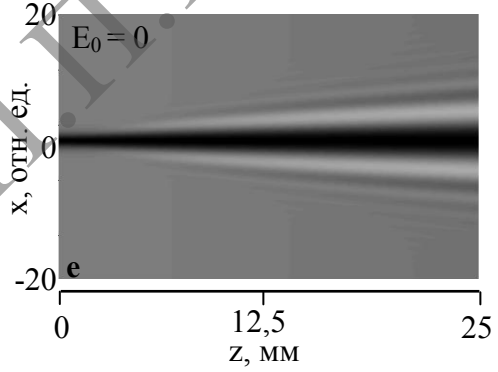
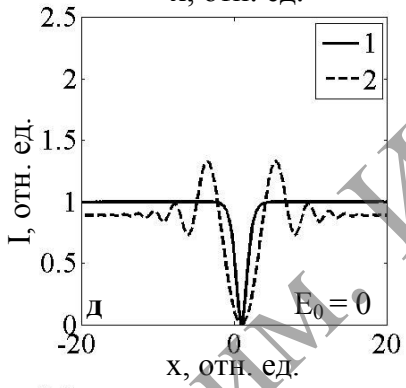
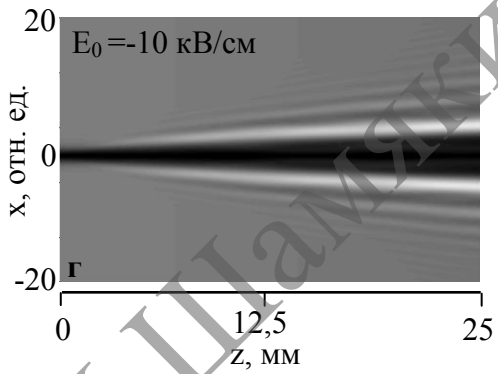
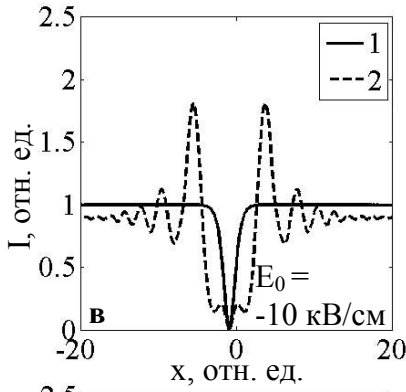
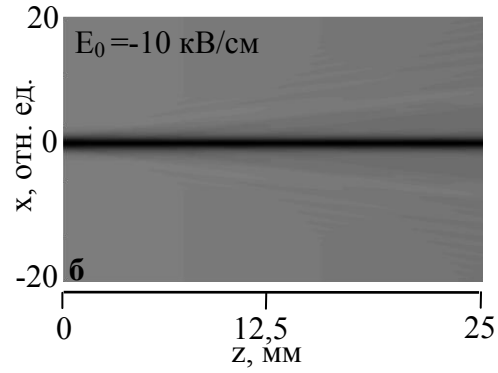
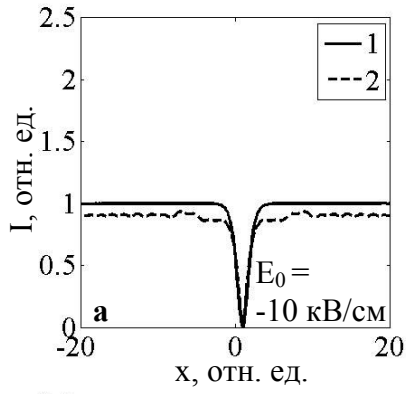
На рисунке 1.11в, г представлены результаты численного моделирования взаимодействия ортогонально поляризованных одномерных тёмных пучков одинаковой интенсивности при прохождении их через кубический поглощающий оптически активный фоторефрактивный кристалл толщиной 25 мм при значении внешнего электрического поля $E_0 = -10$ кВ/см, причем первый (верхний) пучок линейно поляризован параллельно направлению внешнего электрического поля, второй (нижний) – перпендикулярно.



- (а), (в) – распределение относительной интенсивности на входе в кристалл – кривая 1, и на выходе из кристалла – кривая 2;
 (б), (г) – распределение относительной интенсивности по толщине кристалла

Рисунок 1.11 – Когерентное взаимодействие ортогонально поляризованных тёмных пучков в поглощающем кубическом фоторефрактивном кристалле толщиной 25 мм

Горизонтальная пунктирная линия (рисунок 1.11г) проведена для сравнения положения пучков на входе и выходе из кристалла. В результате взаимодействия рассматриваемых пучков на выходе из фоторефрактивного кристалла наблюдается только один тёмный нечётный пучок. Таким образом, при взаимодействии ортогонально поляризованных тёмных нечётных пучков пучок 2 индуцирует угловое отклонение пучка 1.



(а), (в), (д), (ж) – распределение относительной интенсивности на входе в кристалл – кривая 1, и на выходе из кристалла – кривая 2; (б), (г), (е), (з) – распределение относительной интенсивности по толщине кристалла
Рисунок 1.12 – Распространение 1-го (а), (б), (д), (е) и 2-го (в), (г), (ж), (з) тёмных пучков в поглощающем кубическом фоторефрактивном кристалле толщиной 25 мм

Если при распространении первого тёмного пучка, поляризованного параллельно вектору внешнего электрического поля \vec{E}_0 , не учитывать второй, поляризованный перпендикулярно вектору \vec{E}_0 , то пучок 1 распространяется в квазисолитонном режиме (рисунок 1.12а, б), а если при распространении второго тёмного пучка не учитывать первый, то второй пучок сильно дифрагирует, т.к. находится в невыгодных условиях для квазисолитонного распространения (рисунок 1.12в, г). При одновременном распространении пучков пучок 2 является направляющим, так как он задает направление распространения пучка 1. Отклоненный тёмный пучок 1 может вести за собой светлый пучок. В оптике это явление, названное «логические ворота углового отклонения» [67], позволяет осуществлять логические операции путем пространственного переключения светового пучка в направлении, ортогональном направлению его распространения.

Без учета внешнего электрического поля ширина тёмных пучков 1 и 2 в результате дифракции увеличивается (рисунок 1.11д–з). Распространение тёмных пучков в этом случае описывается уравнением (1.6) без учета третьего нелинейного слагаемого. При «включении» внешнего электрического поля \vec{E}_0 третье слагаемое в уравнении (1.6), ответственное за нелинейность, содержит коэффициенты μ_1 и μ_3 [4], зависящие от ориентационного угла θ . Коэффициент μ_1 отвечает за фокусировку тёмного пучка, поляризованного параллельно вектору внешнего электрического поля \vec{E}_0 . Так как при угле $\theta = 35.3^\circ$ μ_1 достигает максимального положительного значения, $\mu_1 = 1.15$, 1-ый пучок распространяется в квазисолитонном режиме (рисунок 1.11а–б). Коэффициент μ_3 отвечает за фокусировку тёмного пучка, поляризованного перпендикулярно вектору внешнего электрического поля \vec{E}_0 . Так как при угле $\theta = 35.3^\circ$ μ_3 имеет отрицательное значение, $\mu_3 = -0.58$, 2-ой пучок находится в невыгодных условиях для достижения квазисолитонного распространения и его ширина увеличивается (рисунок 1.11в–г).

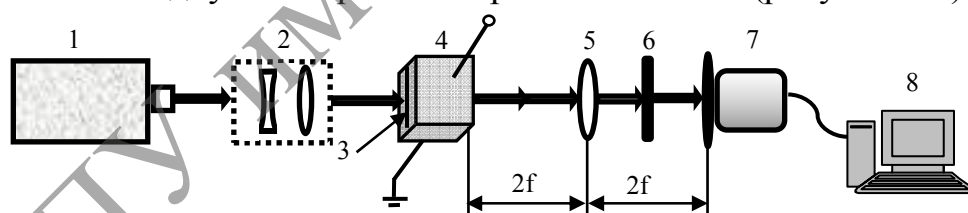
Таким образом, описанная выше геометрия взаимодействия, как показывают численные расчеты, позволяет реализовать управление тёмным пучком 1 с помощью тёмного пучка 2. Путем проведения численного анализа взаимодействия тёмных пучков в кубическом поглощающем оптически активном фоторефрактивном кристалле показано, что путем оптимизации параметров взаимодействия (полуширины тёмных пучков, расстояния между центрами пучков и напряженности внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу) можно достичь максимального отклонения одного тёмного пучка под действием другого.

2 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ ТЁМНЫХ ЧЁТНЫХ И НЕЧЁТНЫХ ПУЧКОВ В КУБИЧЕСКОМ ОПТИЧЕСКИ АКТИВНОМ ФОТОРЕФРАКТИВНОМ КРИСТАЛЛЕ

2.1 Распространение одномерного тёмного чётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле

Чётные тёмные пучки обычно формируются при использовании амплитудного транспаранта [15], помещенного в центре однородного фонового светового пучка, или в центре светлого светового пучка заданной формы (например, гауссового [10]).

Рассмотрим узкий одномерный тёмный пучок, сформированный с помощью тонкого медного провода диаметром 60 мкм, расположенного на входе в кристалл BSO среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ с поперечными размерами $1 \times 1 \text{ см}^2$ и толщиной 1 см. Коллимированный квазиоднородный световой пучок гелий-неонового лазера 1 (ЛГН – 222, $\lambda = 633 \text{ нм}$), поляризованный в направлении оси x , после прохождения через коллиматор 2, состоящий из рассеивающей линзы с фокусным расстоянием $f_1 = -5 \text{ см}$ и собирающей линзы $f_2 = 27.5 \text{ см}$, через амплитудный транспарант (тонкий провод) 3 освещал всю входную поверхность кристалла BSO 4 (рисунок 2.1).



1 – He-Ne-лазер ($\lambda = 633 \text{ нм}$), 2 – коллиматор (рассеивающая линза $f_1 = -5 \text{ см}$, собирающая линза $f_2 = 27.5 \text{ см}$), 3 – амплитудный транспарант, 4 – кристалл BSO с электродами, к которым приложено внешнее электрическое поле, 5 – собирающая линза $f_3 = 6.5 \text{ см}$, 6 – стандартный ослабитель, 7 – камера, 8 – компьютер

Рисунок 2.1 – Схема экспериментальной установки

К кристаллу BSO параллельно кристаллографическому направлению $[\bar{1}11]$ было приложено внешнее электрическое поле с напряженностью 8.5 кВ/см (при большем поле появляется вероятность пробоя воздушного

зазора между электродами) и полярностью, противоположной той, которая используется для наблюдения светлых солитонов.

Выход кристалла отображался на камеру 7 с помощью линзы 5 с фокусным расстоянием $f_3=6.5$ см и стандартного ослабителя 6. Световой пучок наблюдался на экране монитора компьютера 8. Эксперимент проводится без дополнительной подсветки кристалла, так как она не является необходимым условием для наблюдения тёмных солитонов [10].

Из экспериментальных результатов (см. рисунок 2.2) видно, что на входе в кристалл в световом пучке имеется тёмный провал шириной (d_1) около 60 мкм. Поперечные профили интенсивности (нижний ряд) были получены путем усреднения горизонтальных профилей распределений световой интенсивности в верхнем ряду. В отсутствие внешнего электрического поля (средний столбец) после прохождения кристалла толщиной 1 см ширина провала увеличивалась до $d_2=78$ мкм вместе с появлением двух тёмных провалов малой глубины в его центре. Под глубиной тёмного провала будем понимать разность между максимальной интенсивностью светлого горба, разделяющего тёмные провалы тёмного пучка, и минимальной интенсивностью провала. Чем больше эта разность, тем глубже тёмные провалы и тем ближе распространение тёмного пучка к квазисолитонному режиму.

При включении электрического поля с напряженностью 8.5 кВ/см наблюдается уменьшение ширины тёмного результирующего выходного провала до $d_3=72$ мкм с возрастанием глубины пары тёмных провалов с шириной приблизительно 22 мкм и с расстоянием между ними около 36 мкм, то есть в кристалле образуется волновод в виде Y-соединения [1]. Подобное поведение чётного пучка наблюдается также и при его распространении в фоторефрактивных кристаллах SBN [10] и ВТО [16]. Таким образом, при включении внешнего электрического поля происходит углубление расщепленных тёмных полос.

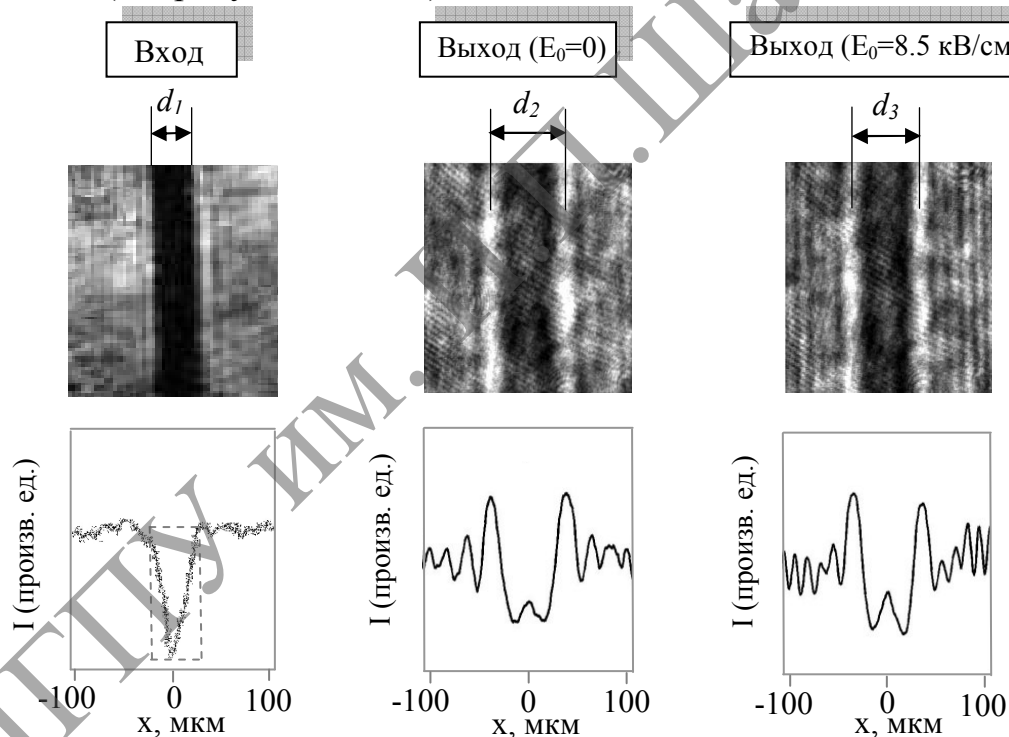
Мы провели также численное моделирование (см. рисунок 2.3) распространения тёмного чётного пучка в рассматриваемом кристалле. При моделировании, которое проводилось в среде Matlab, в качестве входного тёмного пучка используется вложенный в однородный световой фон профиль тёмного пучка, полученный экспериментально (см. рисунок 2.2, нижний ряд, прямоугольная область, обведенная штриховой линией). Численные расчеты выполняются с помощью системы уравнений (1.3), в которой используются параметры, близкие к параметрам кристалла BSO,

в пренебрежении пьезоэлектрическим эффектом: $n_0 = 2.54$, $r_{41} = 5 \cdot 10^{-12}$ м/В, $\rho = 22$ град/мм.

При другом возможном варианте численного моделирования используется профиль тёмного чётного пучка в безразмерных единицах по оси x [3]:

$$u(x) = [1 - \operatorname{sech}^2(x)]^{1/2}. \quad (2.1)$$

Результаты первого и второго численного моделирования представлены на рисунке 2.3 и 2.4 соответственно. Сравнение полученных кривых с экспериментальными данными показывает качественное их совпадение. При этом в отсутствие внешнего электрического поля центральная область тёмного пучка на выходе из кристалла частично освещается (см. рисунки 2.2–2.4).



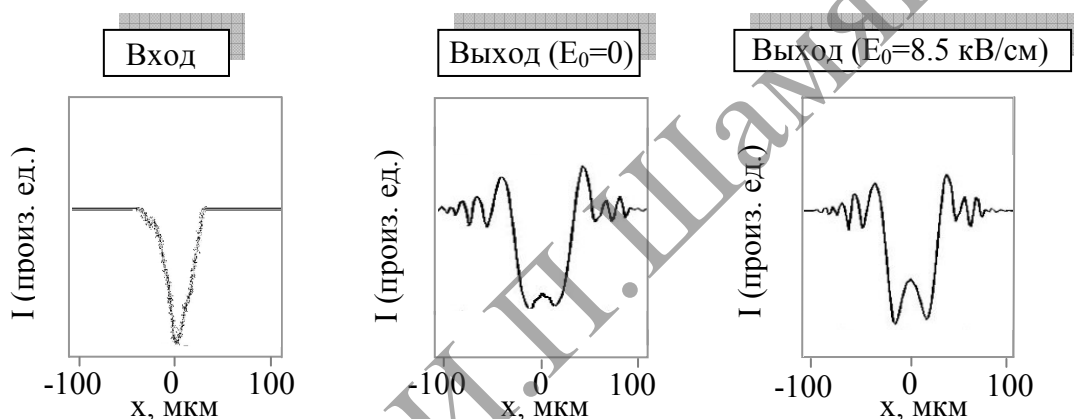
верхний ряд – распределения интенсивности светового поля тёмного пучка,
 нижний ряд – поперечные профили интенсивности пучков;
 слева – входной пучок, посередине – пучок на выходе из кристалла при $E_0=0$,
 справа – пучок на выходе из кристалла при $E_0=8.5$ кВ/см

Рисунок 2.2 – Результаты экспериментального исследования

Результаты численных расчетов приведены на рисунках 2.3 и 2.4. Видно, что в процессе распространения тёмного пучка в кубическом

оптически активном фоторефрактивном кристалле, к которому приложено внешнее электрическое поле, тёмная полоса трансформируется в пару расходящихся тёмных квазисолитонов (рисунок 2.3, правый столбец, рисунок 2.4, случаи в, г, д).

Показано (рисунок 2.4д), что оптическая активность, как и в случае светлого пучка [5], приводит к ухудшению условий формирования квазисолитонного режима распространения тёмного пучка. Об этом свидетельствует то, что значение максимальной интенсивности светлой области, разделяющей тёмные провалы, при включении оптической активности на 3.3% меньше (рисунок 2.4д, кривая 1), чем соответствующее значение при выключенной оптической активности (рисунок 2.4д, кривая 2).



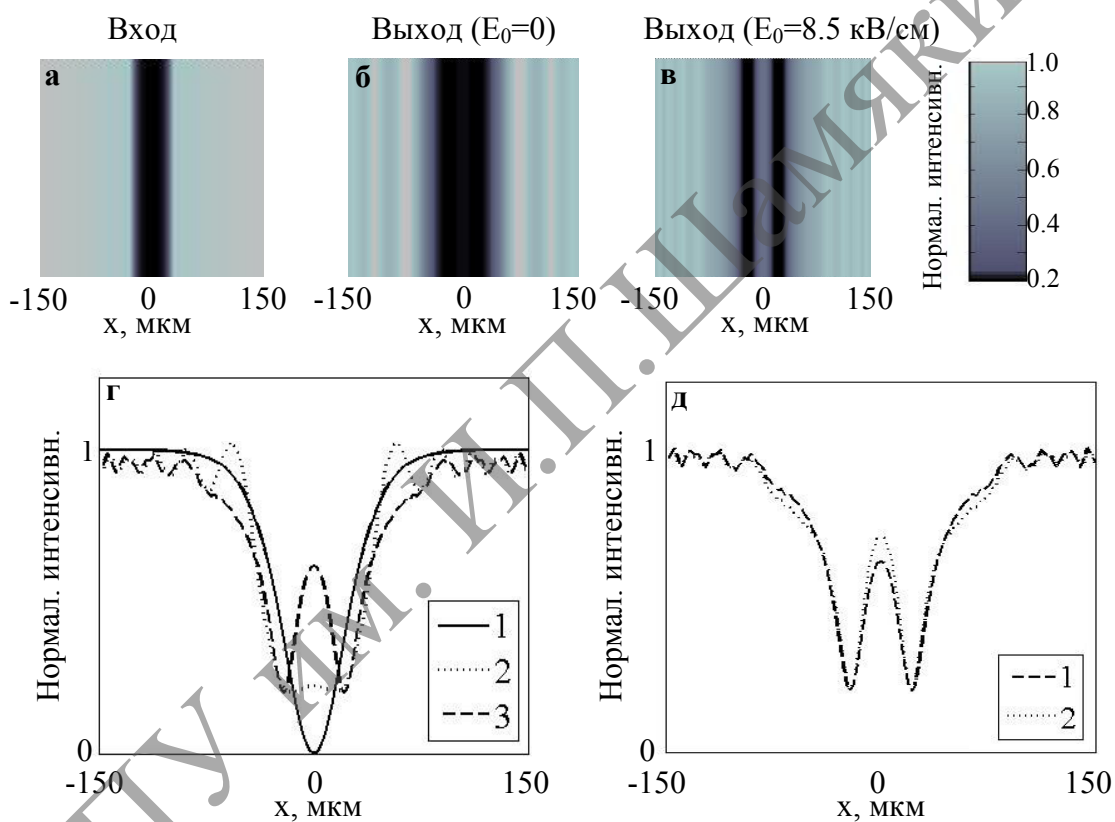
слева – входной пучок, посередине – пучок на выходе из кристалла при $E_0=0$,
справа – пучок на выходе из кристалла при $E_0=8.5$ кВ/см

Рисунок 2.3 – Поперечные профили интенсивности пучков, полученные с помощью численного моделирования

Как видно из рисунка 2.4 (нижний ряд), на котором кривые 2 и 3 отображают пространственное поперечное распределение интенсивности тёмного чётного пучка на выходе из кубического фоторефрактивного кристалла с учетом и без учета оптической активности соответственно, влияние оптической активности приводит к некоторому снижению горба интенсивности света в центре тёмного пучка. Это объясняется тем, что за счет поворота плоскости поляризации происходит нарушение оптимальных квазисолитонных условий распространения пучка в кристалле, то есть эффективный электрооптический коэффициент при «включении» оптической активности становится меньше.

Как показывают численные расчеты, при напряженности внешнего электрического поля $E_0 = 11.7$ кВ/см, приложенного к кристаллу,

наблюдается максимальное приближение значения интенсивности в центре тёмного чётного пучка на выходе из кристалла к значению фоновой интенсивности, формируется одна пара глубоких тёмных пучков, что свидетельствует о квазисолитонном распространении чётного тёмного пучка. Следует отметить, что дальнейшее увеличение напряженности внешнего электрического поля приводит к появлению дополнительной пары тёмных пучков (см. также [10]). При этом для предохранения от пробоя воздушного зазора между электродами кристалл помещают в прозрачную диэлектрическую жидкость [68].



(а) – (в) – распределение интенсивности светового поля тёмного пучка;
 (г) – поперечные профили интенсивности тёмного пучка на входе в кристалл – кривая 1, на выходе из кристалла при $E_0 = 0$ – кривая 2 и при $E_0 = 8.5$ кВ/см – кривая 3; (д) – поперечные профили относительной интенсивности тёмного пучка на выходе из кристалла при $E_0 = 8.5$ кВ/см с учетом оптической активности – кривая 1 и без учета – кривая 2

Рисунок 2.4 – Результаты моделирования распространения чётного тёмного пучка

Таким образом, в данном подразделе экспериментально продемонстрированы особенности распространения одномерного тёмного пучка, сформированного с помощью амплитудного транспаранта, в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле BSO. Показано, что при «включении» внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, наблюдается увеличение глубины расщепленных тёмных пучков вместе с уменьшением области, занимаемой этими пучками. С помощью численных расчетов установлено, что при заданных толщине кристалла, ширине входного тёмного пучка и напряженности внешнего электрического поля 11.7 кВ/см достигается квазисолитонный режим распространения чётного тёмного пучка.

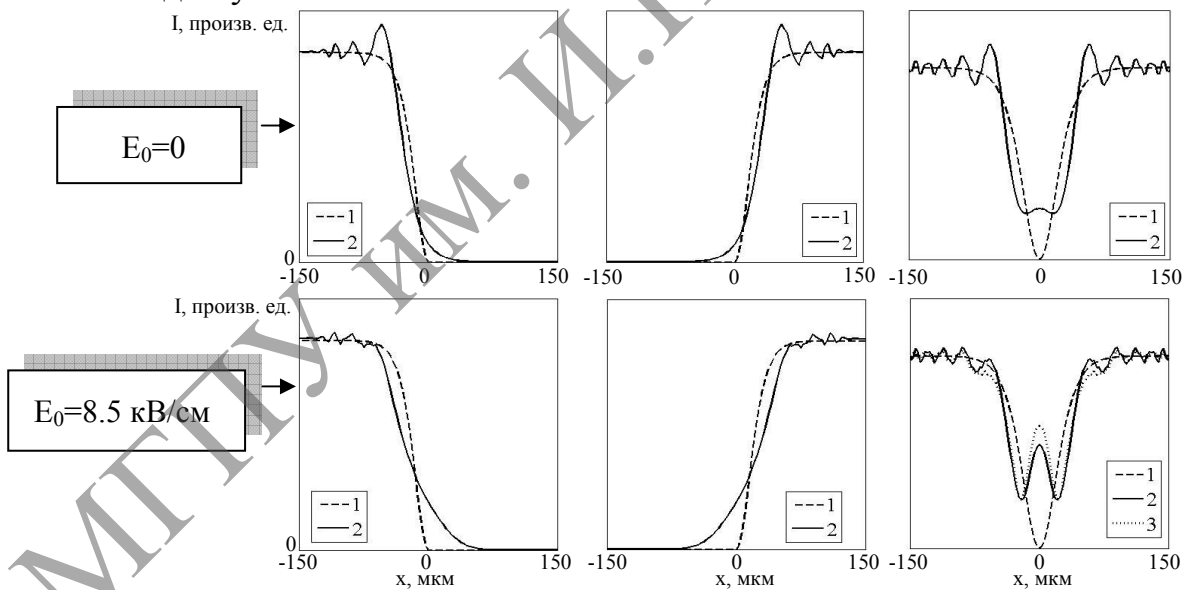
МГТУ им. И.П.Шамякина

2.2 Физика формирования квазисолитонного распространения одномерного тёмного чётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле

При распространении в кристалле чётного тёмного пучка в отсутствие внешнего электрического поля его центральная область на выходе из кристалла частично осветляется, что видно из экспериментальных и численных результатов исследования (см. рисунки 2.2–2.4).

Если медный провод рассматривать как одномерную непрозрачную полосу, то можно считать, что светлая полоса в центре тёмного пучка появляется в результате дифракции световых лучей на краях полосы (см. рисунок 2.5, первый и второй столбцы) и последующей их интерференции (см. рисунок 2.5, третий столбец).

С использованием интегралов Френеля или уравнений дифракции [69], можно показать, что в области геометрической тени при удалении от границ достаточно широкой непрозрачной полосы световая интенсивность монотонно изменяется от некоторого фиксированного значения до нуля.



слева – левая половина тёмного пучка, посередине – правая половина тёмного пучка, справа – чётный тёмный пучок. Верхний ряд – $E_0=0$, нижний ряд – $E_0=8.5$ кВ/см. Кривая 1 – на входе в кристалл, кривая 2 ($\rho = 22^\circ/\text{мм}$) и кривая 3 ($\rho = 0$) – на выходе из кристалла

Рисунок 2.5 – Пространственное поперечное распределение интенсивности чётного тёмного пучка

При уменьшении ширины полосы вплоть до наложения кривых зависимостей световых интенсивностей, возникших из-за дифракции света на краю непрозрачного экрана (полоски), в центре теневой области благодаря интерференции происходит сложение интенсивностей с удвоением результата, поскольку разность фаз в центре теневой области равна нулю из соображений симметрии (см. рисунок 2.5, третий столбец, верхний ряд).

Слева и справа от центральной освещенной области будут располагаться два провала, возникшие в связи с необходимостью учета ненулевой разности фаз, возникающей при смещении от центра теневой области. Для полного объяснения дифракционной картины в остальных точках тёмного пучка необходимо последовательно учитывать фазу и амплитуду колебаний во всех точках и строго рассматривать сложение комплексных амплитуд света, дифрагированного на краях непрозрачной полосы.

Поскольку для светлых областей пучков в кристалле при включении внешнего электрического поля выбран режим дефокусировки, края светлых областей, ограничивающих тёмный пучок на входе в кристалл, по мере распространения светового поля расплываются и ширина тёмной области уменьшается (рисунок 2.5, нижний ряд). При этом суммарная интенсивность света в центре тёмного пучка, появляющаяся за счет наложения дифракционных картин, образованных при дифракции света на краях непрозрачного препятствия, возрастает (рисунок 2.5, нижний ряд, третий столбец, кривая 2). Другими словами, «включение» внешнего электрического поля приводит к увеличению глубины тёмных пучков, формирующих чётный тёмный квазисолитон.

В этом и заключается физическая сущность формирования двух тёмных квазисолитонов в случае использования амплитудного транспаранта. Нетрудно провести аналогичные рассуждения для объяснения появления четырех, шести и т. д. тёмных квазисолитонных пучков при дальнейшем увеличении внешнего электрического поля или толщины кристалла.

Таким образом, в данном подразделе предложено физическое объяснение процесса образования и распространения чётного тёмного пучка в нелинейном кристалле на базе дифракции Фраунгофера на длинном прямоугольном экране.

2.3 Распространение одномерного тёмного нечётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле

Кубический пьезокристалл BSO типа силленита обладает высокой светочувствительностью и является перспективной нелинейной средой для создания различных устройств оптоэлектроники на его базе (см., например, [28, 30]). Этот кристалл проявляет одновременно пьезоэлектрические свойства и естественную гиротропию (оптическую активность), под влиянием которой плоскость поляризации света, проходящего через кристалл, поворачивается на определенный угол, величина которого пропорциональна толщине кристаллической пластины [29]. Явление вращения плоскости поляризации света ухудшает, как правило, условия квазисолитонного распространения световых пучков, однако при необходимости оно может быть компенсировано магнитным полем [70].

Рассмотрим закономерности формирования и распространения нечётных тёмных пространственных солитонов в пьезокристалле BSO. Известно [71–73], что электрические поля в таких кристаллах, индуцируемые светом, через обратный пьезоэлектрический эффект приводят к появлению упругих деформаций, которые в свою очередь через фотоупругий эффект дополнительно изменяют диэлектрическую проницаемость кристалла. Условно для обозначения совокупности описанных эффектов в дальнейшем будем использовать термин «пьезоэлектрический эффект». Впервые необходимость его учета в кубических фоторефрактивных кристаллах была продемонстрирована в работах [72, 73], где представлены результаты влияния пьезоэлектрических свойств кристалла на изменение показателя преломления, а также на запись и считывание голограмм. В этих и последующих работах (см., например, [72–74]), экспериментально и теоретически доказана значительная роль пьезоэлектрического эффекта в кристалле при изучении дифракции света на голографических решетках.

При исследовании солитоноподобного распространения световых пучков в кубических оптически активных кристаллах пьезоэлектрическим эффектом обычно пренебрегают (см., например, [15, 16]). Насколько нам известно, только в небольшом количестве работ, например, [75] и [76], можно встретить результаты изучения влияния пьезоэлектрического эффекта на выходные характеристики световых пучков, распространяющихся в кубических фоторефрактивных кристаллах. Так в

работе [75] теоретически показано, что учет пьезоэлектрического эффекта приводит к уменьшению величины внешнего электрического поля, необходимого для реализации квазисолитонного режима распространения пучка. В работе [76] при численном моделировании распространения светового пучка в фоторефрактивном кубическом кристалле симметрии 23, помещенном в переменное электрическое поле, с одновременным учетом электрооптических, пьезоэлектрических и гиротропных свойств кристалла показано, что учет всех указанных свойств одновременно может привести к существенному изменению результатов.

Таким образом, существует проблема одновременного учета электрооптических, пьезоэлектрических и гиротропных свойств кубических кристаллов при изучении солитоноподобного распространения световых пучков в этих средах.

Пусть тёмный нечётный пучок, сформированный с помощью фазовой неоднородности на однородном световом фоне, падает на кубический оптически активный фоторефрактивный пьезокристалл BSO среза $(\bar{1}\bar{1}0)$ толщиной 10 мм, к которому приложено постоянное внешнее электрическое поле \vec{E}_0 (рисунок 1.1). Рассмотрим случай, когда вектор \vec{E}_0 параллелен кристаллографическому направлению $[1\bar{1}\bar{1}]$ (см. подраздел 1.2).

Известно, что изменение тензора диэлектрической проницаемости можно выразить следующим образом [74]

$$\Delta \hat{\epsilon} = -\epsilon^2 \Delta \hat{b}, \quad (2.2)$$

где ϵ – невозмущенная диэлектрическая проницаемость кристалла, $\Delta \hat{b}$ – изменение тензора диэлектрической непроницаемости. Изменение тензора диэлектрической непроницаемости состоит из суммы вкладов, обусловленных линейным электрооптическим эффектом и совместным действием обратного пьезоэлектрического и фотоупругого эффектов [71–73]. Компоненты $\Delta \hat{b}$ в случае одномерного распределения интенсивности света $I(x)$ и приложенного к фоторефрактивному пьезокристаллу внешнего электрического поля E_0 можно выразить через распределение поля пространственного заряда $E_{sc}(x)$ в виде [76]

$$\Delta b_{mn} = r_{mnp}^U E_0 + p_{mnkl}^E \gamma_{ki} e_{pij} n_j n_l E_0, \quad (2.3)$$

где r_{mnp}^U и p_{mnkl}^E – электрооптический и фотоупругий тензоры третьего и четвертого рангов, измеренные при постоянных значениях упругих

деформаций и напряженности электрического поля соответственно; e_{pij} – компоненты пьезоэлектрических констант; n_1, n_j – направляющие косинусы вектора напряженности внешнего электрического поля, выраженные в кристаллофизической системе координат; γ_{ki} – компоненты тензора, обратного тензору $\Gamma_{ik} = C_{ijkl}^E n_j n_l$, C_{ijkl}^E – компоненты тензора модулей упругости.

С помощью уравнений Максвелла, уравнений связи для оптически активной среды и выражений (1.1), (1.2) в параксиальном приближении можно получить следующие уравнения для составляющих медленно меняющейся вдоль координаты z векторной огибающей светового пучка $\vec{A}(x, z)$, описывающие распространение одномерного темного нечётного пучка в кристалле ([75, 76])

$$\left\{ \begin{array}{l} i \frac{\partial A_x}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_0^3}{2} r_{41}^T E_0 (\mu_1 A_x + \mu_2 A_y) + \\ \quad + \frac{k_0 n_0^3}{2} E_0 \frac{(I_\infty + I_d)}{I_d + I(x, z)} (\eta_1 A_x + \eta_2 A_y) - i\rho A_y = 0, \\ i \frac{\partial A_y}{\partial z} + \frac{1}{2k_0 n_0} \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} - \frac{k_0 n_0^3}{2} r_{41}^T E_0 (\mu_2 A_x + \mu_3 A_y) + \\ \quad + \frac{k_0 n_0^3}{2} E_0 \frac{(I_\infty + I_d)}{I_d + I(x, z)} (\eta_2 A_x + \eta_3 A_y) + i\rho A_x = 0, \end{array} \right. \quad (2.4)$$

где $r_{41}^T = r_{41}^S + \frac{p_{44}^E e_{14}}{C_{44}^E}$ [77], $r_{41}^S = r_{41}^U$ и $r_{41}^T = r_{41}^E$ – электрооптические коэффициенты механически зажатого и свободного кристалла соответственно.

Входящие в систему уравнений (2.4) коэффициенты μ_i ($i = 1, 2, 3$) для рассматриваемой ориентации кристалла определяются выражениями (1.4), а коэффициенты η_i – выражениями

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \frac{1}{2} (\Delta b_{11} + \Delta b_{22} - 2\Delta b_{12}) \cos^2 \theta + \Delta b_{33} \sin^2 \theta + \sqrt{2} (\Delta b_{23}) \sin 2\theta, \\ \eta_2 &= -\frac{1}{4} (\Delta b_{11} + \Delta b_{22} - 2\Delta b_{33} - 2\Delta b_{12}) \sin 2\theta + \sqrt{2} (\Delta b_{23}) \cos 2\theta, \end{aligned} \quad (2.5)$$

$$\eta_3 = \frac{1}{2}(\Delta b_{11} + \Delta b_{22} - 2\Delta b_{12})\sin^2 \theta + \Delta b_{33} \cos^2 \theta - \sqrt{2}(\Delta b_{23})\sin 2\theta,$$

эквивалентными формулам, полученным в [75], где введены следующие обозначения [72, 73]:

$$\begin{aligned}\Delta b_{11} &= -\frac{e_{14}}{r_{41}^S} \cos^2 \theta \sin \theta \frac{(p_{11} + p_{12})A + p_{13}B}{C}, \\ \Delta b_{22} &= -\frac{e_{14}}{r_{41}^S} \cos^2 \theta \sin \theta \frac{(p_{11} + p_{13})A + p_{12}B}{C}, \\ \Delta b_{33} &= -\frac{e_{14}}{r_{41}^S} \cos^2 \theta \sin \theta \frac{(p_{12} + p_{13})A + p_{11}B}{C}, \\ \Delta b_{23} = -\Delta b_{13} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \theta \left[1 - \frac{e_{14}}{r_{41}^S} p_{44}^E \frac{(2A \sin^2 \theta + B \cos^2 \theta)}{C} \right], \\ \Delta b_{12} &= -\sin \theta \left[1 - \frac{2e_{14}}{r_{41}^S} p_{44}^E \frac{A \cos^2 \theta}{C} \right],\end{aligned}\tag{2.6}$$

причём

$$\begin{aligned}A &= (C_{12} - C_{44}^E) \cos^2 \theta - 2C_{11} \sin^2 \theta, \\ B &= 4(C_{12} + C_{44}^E) \sin^2 \theta - (C_{11} + C_{12}) \cos^2 \theta - 2C_{44}^E, \\ C &= (C_{11} \sin^2 \theta + C_{44}^E \cos^2 \theta) [(C_{11} + C_{12}) \cos^2 \theta + 2C_{44}^E] - 2(C_{12} + C_{44}^E)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta.\end{aligned}\tag{2.7}$$

В рассматриваемой нами геометрии взаимодействия нетрудно выразить коэффициенты η_i в виде функциональной зависимости от электрооптического коэффициента для зажатого кристалла r_{41}^S , пьезоэлектрического коэффициента e_{14} , коэффициентов упругости C_{11} , C_{12} , C_{44}^E , фотоупругих постоянных p_{11} , p_{12} , p_{13} , p_{44}^E , а также от ориентационного угла θ

$$\begin{aligned}\eta_1 &= -\frac{e_{14}}{C} \left\{ 0.5 \cos^4 \theta \sin \theta [(2p_{11} + p_{12} + p_{13} + 4p_{44}^E)A + (p_{13} + p_{12})B] + \right. \\ &\quad \left. + \sin^3 \theta \cos^2 \theta [(p_{12} + p_{13} - 4p_{44}^E)A + p_{12}B] + 2p_{44}^E B \cos^3 \theta \sin \theta \right\} + r_{41}^S \mu_1, \\ \eta_2 &= \frac{e_{14}}{C} \left\{ 0.5 \cos^3 \theta \sin^2 \theta [(2p_{11} + 4p_{44}^E)A + (p_{13} - p_{12})B] - \right. \\ &\quad \left. - p_{44}^E \cos \theta \cos 2\theta [2A \sin^2 \theta + B \cos^2 \theta] \right\} + r_{41}^S \mu_2, \\ \eta_3 &= -\frac{e_{14}}{C} \left\{ 0.5 \cos^2 \theta \sin^3 \theta [(2p_{11} + p_{12} + p_{13} + 4p_{44}^E)A + (p_{13} + p_{12})B] + \sin \theta \times \right.\end{aligned}\tag{2.8}$$

$$\times \cos^2 \theta \left[((p_{12} + p_{13}) \cos^2 \theta - 4p_{44}^E \sin^2 \theta) A + (p_{12} - 2p_{44}^E) B \cos^2 \theta \right] + r_{41}^S \mu_3.$$

Следует отметить, что выражения (1.4) для величин μ_1 , μ_2 , μ_3 не зависят от параметров кубического фоторефрактивного кристалла в отличие от выражений (2.5) для величин η_1 , η_2 , η_3 [76] и, как известно (см. например, [75, 76]), ориентационные зависимости $\eta_i(\theta)$ и $\mu_i(\theta)$ имеют качественно подобный характер.

Коэффициенты μ_2 и η_2 отвечают за кросс-связь между x- и y-поляризациями [76]. Из рисунка 2.6 видно, что при ориентационном угле $\theta = 35.3^\circ$, когда ось x совпадает с направлением $[1\bar{1}\bar{1}]$ (см. рисунок 1.1), эти коэффициенты равны нулю (точка А на рисунке 2.6). Коэффициенты μ_1 и η_1 отвечают за самофокусировку x-составляющей поляризации пучка. При угле $\theta = 35.3^\circ$ μ_1 и η_1 достигают максимальных положительных значений, $\mu_1 = 1.15$ (точка Б) и $\eta_1 = 0.73$ (точка В). Коэффициенты μ_3 и η_3 ответственны за самофокусировку y-составляющей поляризации и достигают максимальных значений при $\theta \approx 90^\circ$. При угле $\theta = 35.3^\circ$ коэффициенты μ_3 и η_3 являются отрицательными, $\mu_3 = -0.58$ (точка Г) и $\eta_3 = -0.92$ (точка Д).

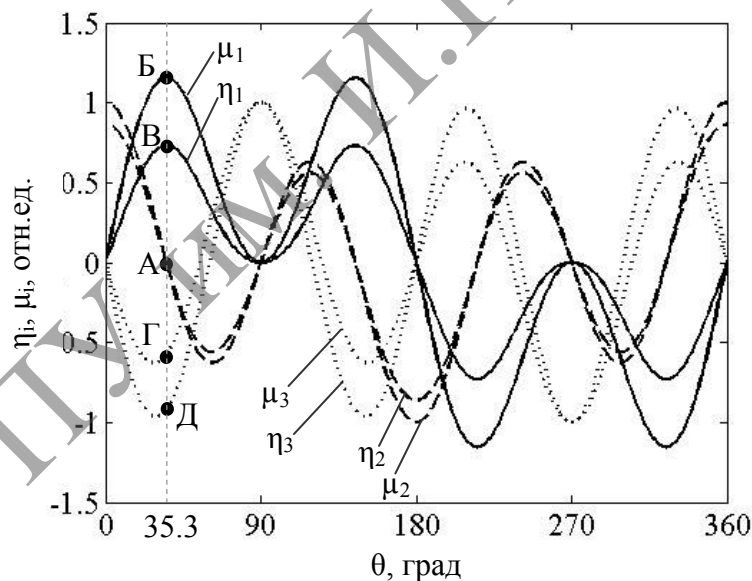


Рисунок 2.6 – Зависимость коэффициентов μ_1 , μ_2 , μ_3 и η_1 , η_2 , η_3 от ориентационного угла

При формальном «выключении» пьезоэффекта ($\epsilon_{14} = 0$) фотоупругий вклад в модуляцию оптических свойств среды отсутствует, электрооптические коэффициенты механически зажатого и свободного

кристаллов равны ($r_{41}^S = r_{41}^T$), и ориентационные зависимости соответствующих коэффициентов совпадают ($\eta_i(\theta) = \mu_i(\theta)$).

При этом в каждой точке θ $\eta_i(\theta)$ в r_{41}^S раз меньше, чем соответствующее значение $\mu_i(\theta)$, что приводит к одинаковому виду кривых ориентационных зависимостей коэффициентов $\eta_i(\theta)$ и $\mu_i(\theta)$, но при различных значениях η_i и μ_i .

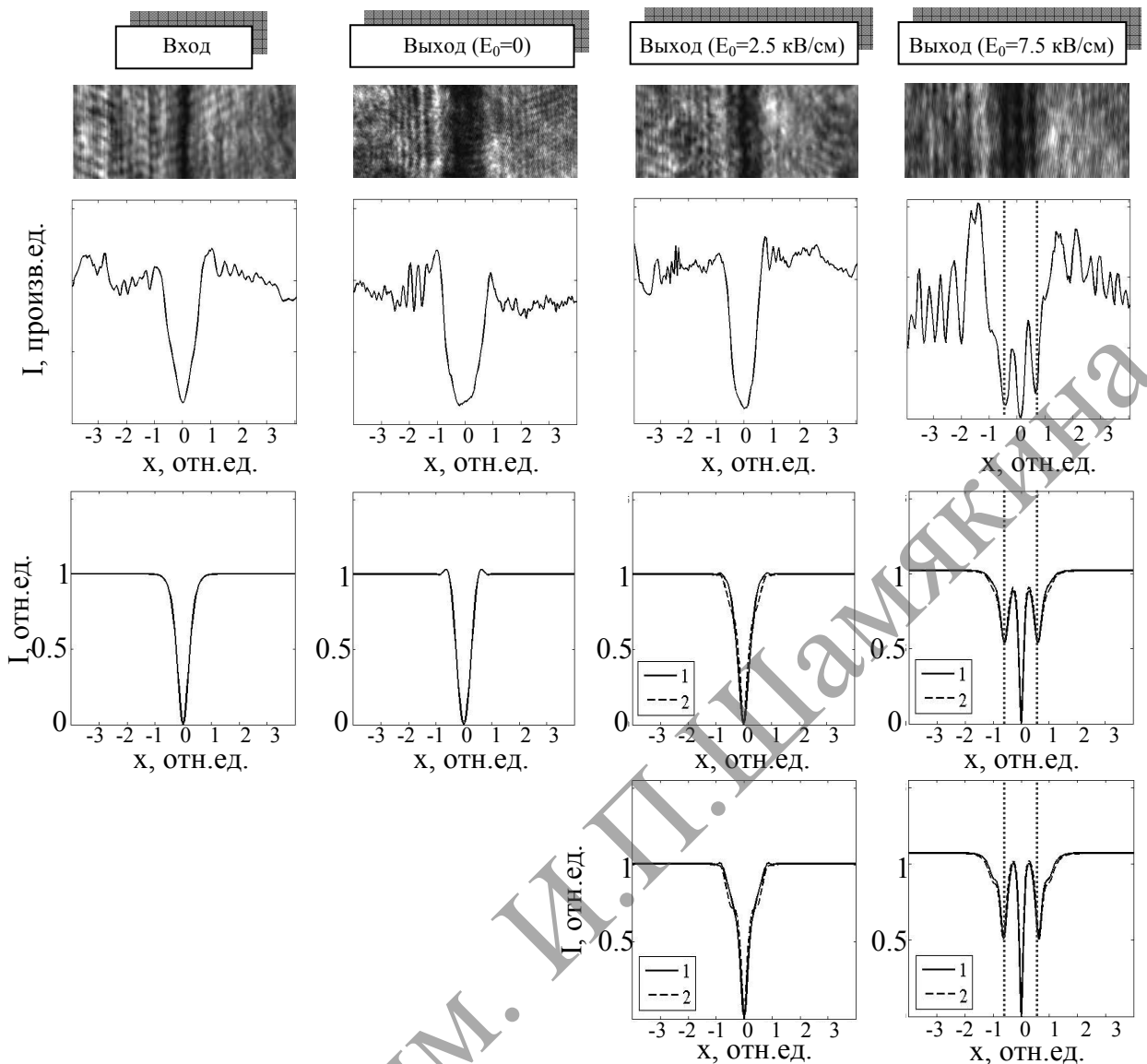
При проведении численного моделирования использованы следующие параметры кристалла BSO на длине волны $\lambda = 0.6328$ мкм: $n_0 = 2.54$, $\rho = 22$ град/мм [29], $r_{41}^S = -5 \cdot 10^{-12}$ м/В, пьезоэлектрический коэффициент $e_{14} = 1.12$ Кл/м², коэффициенты упругости $C_{11} = 12.96 \times 10^{10}$ Н/м², $C_{12} = 2.99 \times 10^{10}$ Н/м², $C_{44}^E = 2.45 \times 10^{10}$ Н/м², фотоупругие постоянные $p_{11} = -0.16$, $p_{12} = -0.13$, $p_{13} = -0.12$, $p_{44}^E = -0.015$ [72].

При проведении эксперимента использовалась установка, схематично изображенная на рисунке 2.1, где 3 – фазовый транспарант, представляющий собой тонкую стеклянную пластинку, формирующую фазовый скачок на π в центре пучка. Экспериментальные результаты показаны на рисунке 2.7 (1-й и 2-ой ряды).

Поперечные профили интенсивности (рисунок 2.7, 2-ой ряд) были получены путем усреднения множества горизонтальных профилей распределений световой интенсивности в 1-ом ряду. По оси x отложены относительные нормированные координаты, определяемые по формуле $x_{\text{отн.ед.}} = x/d_{\text{норм.}}$, где $d_{\text{норм.}} = 48$ мкм. Можно видеть, что в отсутствие электрического поля ширина тёмного пучка после прохождения кристалла увеличивается (рисунок 2.7, 1-й и 2-ой ряды, столбец 2).

При значении внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, $E_0 = 2.5$ кВ/см (рисунок 2.7, 1-й и 2-ой ряды, столбец 3) ширина тёмного пучка мало отличается от ширины тёмного пучка на входе в кристалл, то есть формируется солитоноподобный тёмный пучок, соответствующий фундаментальному тёмному солитону или тёмному солитону первого порядка. При $E_0 = 7.5$ кВ/см (рисунок 2.7, 1-й и 2-ой ряды, столбец 4) можно наблюдать появление двух дополнительных тёмных полос вокруг центральной тёмной полосы, другими словами, формируются множественные тёмные солитоны, соответствующие тёмному солитону более высокого, в данном случае третьего, порядка.

С целью теоретической интерпретации экспериментальных результатов было проведено численное моделирование распространения тёмного нечётного пучка на основании системы уравнений (2.4) с учетом выражений (1.4), (2.5), (2.6), результаты которого показаны на рисунке 2.7 в сравнении с экспериментально полученными распределениями интенсивности.



Экспериментальные результаты: 1-й ряд – картины распределения интенсивности светового поля тёмного пучка на входе в кристалл (столбец 1) и на выходе из кристалла (столбцы 2–4, соответствующие различным значениям напряженности E_0 внешнего электрического поля); 2-ой ряд – поперечные усредненные профили интенсивности пучка на входе в кристалл (столбец 1) и на выходе из кристалла (столбцы 2–4). Результаты численного моделирования: 3-й и 4-ый ряды – поперечные профили относительной интенсивности светового поля тёмного пучка на входе в кристалл (столбец 1) и на выходе из кристалла (столбцы 2–4, соответствующие различным значениям напряженности E_0 внешнего электрического поля), рассчитанные без учета пьезоэлектрического эффекта (3-й ряд) и с его учетом (4-ый ряд). В 3-м и 4-ом рядах (столбцы 3 и 4) кривая 1 – $\rho = 22$ град/мм, кривая 2 – $\rho = 0$

Рисунок 2.7 – Влияние внешнего электрического поля E_0 на распространение нечётного тёмного пучка

Для численных расчетов в качестве формы входного тёмного нечётного пучка использовалась функция гиперболического тангенса

$A(x) = \tanh(x/x_0)$ [1] (рисунок 2.7, 3-й ряд, столбец 1), где x_0 – ширина тёмного пучка на половине максимальной относительной интенсивности [15].

Величина x_0 была выбрана таким образом, чтобы распределение относительной интенсивности на выходе из кристалла при $E_0 = 7.5$ кВ/см качественно соответствовало экспериментальным результатам при таком же значении электрического поля, приложенного к кристаллу. Абсциссы трех минимумов интенсивности экспериментальных кривых показаны на всех графиках четвертого столбца вертикально расположенными пунктирными линиями.

Как показывают численные расчеты, использование описанной упрощенной модели формы входного тёмного нечётного пучка приводит к удовлетворительной корреляции теоретических результатов с экспериментальными.

Как видно из результатов численного моделирования, в отсутствие внешнего электрического поля ширина тёмного пучка увеличивается (рисунок 2.7, 3-й ряд, столбец 2). Так как на входе в кристалл и на выходе из кристалла в отсутствие внешнего электрического поля зависимости относительной интенсивности тёмного пучка от относительной координаты x , полученные без учета и с учетом пьезоэлектрического эффекта, совпадают, два графика в строке 4 (столбцы 1 и 2) на рисунке 2.7 не показаны.

Для сравнения результатов моделирования дифракции тёмного пучка без учета пьезоэлектрического эффекта и с его учетом снова рассмотрим рисунок 2.7. При значении внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, $E_0 = 2.5$ кВ/см, графики зависимости относительной интенсивности огибающей тёмного пучка от относительной координаты x качественно похожи. При $E_0 = 7.5$ кВ/см (3-й и 4-й ряды, столбец 4) с помощью численного моделирования можно наблюдать формирование тёмных пространственных солитонов третьего порядка.

При этом профили относительной интенсивности тёмного пучка, полученные с учетом пьезоэлектрического эффекта, дают лучшее приближение к профилям, полученным экспериментально. Действительно, при моделировании с учетом пьезоэлектрического эффекта (рисунок 2.7, 4-й ряд, столбец 4) можно видеть «рождение» тёмных полос пятого порядка, которые также наблюдаются экспериментально (рисунок 2.7, 2-ой ряд, столбец 4).

Отметим, что в результате проведения численных расчетов установлено, что без учета пьезоэлектрического эффекта можно также получить результаты распределения относительной интенсивности, близкие к экспериментальным результатам, представленным на рисунке 2.7 (2-ой ряд, столбец 4). Однако при этом необходимо увеличение внешнего электрического поля, приложенного к кристаллу, до значения

$E_0 = 10$ кВ/см. Таким образом, учет пьезоэлектрического эффекта при численных расчетах приводит к уменьшению величины внешнего электрического поля, необходимого для формирования картины рождения множественных тёмных солитонов, адекватной картине, наблюдаемой экспериментально.

Некоторое отличие теоретических результатов от экспериментальных может быть связано с отличием формы модели светового пучка от формы реального пучка, а также с возможным отличием использованных в расчетах материальных констант кристалла BSO от реальных для данного образца. Кроме того, при моделировании не учитывался асимметричный характер входящего в кристалл светового пучка, возникающий за счет того, что стеклянная пластинка закрывала только половину фронтальной плоскости кристалла.

Из вышесказанного можно заключить, что при численном моделировании учет вклада пьезоэлектрического эффекта в возмущение оптических свойств кристалла полем пространственного заряда [76] существенно влияет на распределение относительной интенсивности тёмного пучка на выходе из кристалла, причем результаты численного анализа с учетом этого эффекта лучше коррелируют с экспериментальными результатами, чем теоретические результаты, полученные без учета пьезоэлектрического эффекта.

Рассмотрим влияние оптической активности на распространение тёмного пучка в кубическом фоторефрактивном кристалле, к которому приложено внешнее электрическое поле. В системе уравнений (1.3) пятое слагаемое отвечает за вклад в распространение пучка естественной оптической активности кубического фоторефрактивного кристалла. Известно, что в кубических оптически активных фоторефрактивных кристаллах плоскость поляризации распространяющегося в них пучка поворачивается. Так как фоторефрактивный нелинейный отклик зависит от поляризации, то оптическая активность, периодически изменяя поляризацию светового пучка, при различных толщинах кристалла может приводить к улучшению или ухудшению условий формирования квазисолитонного режима распространения светового излучения [7] и тем самым оказывать влияние на форму светового пучка и распределение его относительной интенсивности по толщине кристалла [5].

При численном моделировании результаты влияния оптической активности на распределение относительной интенсивности тёмного пучка на выходе из фоторефрактивного кристалла представлены кривыми 1 ($\rho = 22$ град/мм) и 2 ($\rho = 0$) на рисунке 2.2 (3-й и 4-й ряды, 3-й и 4-й столбцы). Так, при «включении» оптической активности тёмный пучок на выходе из кристалла при $E_0 = 2.5$ кВ/см в нижней части сужается, а в верхней части расширяется (рисунок 3, 3-й и 4-й ряды, столбец 3).

В случае $E_0 = 7.5$ кВ/см влияние оптической активности становится менее заметным (рисунок 3, 3-й и 4-й ряды, столбец 4).

Таким образом, в данном подразделе представлены результаты экспериментального исследования и компьютерного моделирования распространения $(1+1)D$ тёмных нечётных пучков в кубическом фоторефрактивном пьезокристалле, проявляющем одновременно пьезоэлектрические и гиротропные свойства. Экспериментально продемонстрирована возможность создания канальных волноводных структур в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле BSO на основе тёмного нечётного пучка. Показано влияние внешнего электрического поля на распространение одномерного тёмного пучка, сформированного с помощью фазового транспаранта, в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле BSO толщиной 10 мм. Установлено, что учет пьезоэлектрического эффекта при численном моделировании приводит к лучшему соответствию экспериментальных и теоретических результатов исследования особенностей распространения тёмного нечётного пучка в кристалле BSO.

МГТУ им. И.П.Шаньгин

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Применение прозрачных граничных условий в процессе моделирования распространения светового излучения в фоторефрактивном кристалле ведет к уменьшению ширины вычислительного окна и сокращению вычислительных затрат, особенно для тёмных пучков. Установлен критерий выбора ширины вычислительного окна, необходимой для моделирования распространения светлого и тёмного пучков с учетом нулевых граничных условий. Обнаружено, что скорость увеличения ширины вычислительного окна при увеличении толщины кристалла для тёмных пучков почти в 3 раза больше, чем для светлых.

2. Исследовано распространение одномерных чётных тёмных пучков в кубическом оптически активном фоторефрактивном кристалле среза $(\bar{1}\bar{1}0)$. Проведено сравнение экспериментальных данных с результатами численного моделирования. Представлено физическое объяснение процесса образования и распространения тёмного пучка в кристалле.

3. Экспериментально и теоретически изучено влияние внешнего электрического поля на распространение одномерного тёмного нечётного пучка в кубическом оптически активном фоторефрактивном пьезокристалле $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ толщиной 10 мм. Установлено, что учет пьезоэлектрического эффекта при численном моделировании приводит к лучшему соответствию экспериментальных и теоретических результатов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кившарь, Ю.С. Оптические солитоны. От волоконных световодов до фотонных кристаллов / Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал ; пер. с англ. под ред. Н.Н. Розанова. – М.: Физматлит, 2005. – 648 с.

2. Особенности распределения потоков энергии при распространении квазибездифракционных световых пучков в поглощающих средах / В.Н. Белый [и др.] // Проблемы физики, математики и техники. – 2012. – № 3 (12). – С. 7–14.

3. Dynamics of incoherent bright and dark self-trapped beams and their coherence properties in photorefractive crystals / T.N. Coskun [et al.] // Opt. Lett. – 1998. – Vol. 23, № 6. – P. 418–420.

4. Кочетков, С.М. Светлые обыкновенные солитоны в нецентросимметричных фоторефрактивных кристаллах / С.М. Кочетков, Л.М. Барковский // Журнал прикладной спектроскопии. – 2009. – Т. 76, № 1. – С. 152–160.

5. Влияние оптической активности на самофокусировку световых пучков в фоторефрактивных кристаллах / В.В. Шепелевич [и др.] // Квантовая электроника. – 2003. – Т. 33, № 5. – С. 446–450.

6. Effects of optical activity on photorefractive spatial solitons in a biased $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystal / S.R. Singh, D.N. Christodoulides // J. Opt. Soc. Am. B. – 1996. – Vol. 13, № 4. – P. 719–724.

7. Effect of natural optical activity on the propagation of photorefractive solitons / W. Krolikowski [et al.] // Opt. Commun. – 1996. – Vol. 132. – P. 179–189.

8. Christodoulides, D.N. Bright, dark and gray spatial soliton states in photorefractive media / D.N. Christodoulides, M.I. Carvalho // J. Opt. Soc. Am. B. – 1995. – Vol. 12, № 9. – P. 1628–1633.

9. Singh, S.R. Evolution of spatial optical solitons in biased photorefractive media under steady state conditions / S.R. Singh, D.N. Christodoulides // Opt. Commun. – 1995. – Vol. 118. – P. 569–576.

10. Sequential formation of multiple dark photorefractive spatial solitons: experiments and theory / Z. Chen [et al.] // J. Opt. Soc. Am. B. – 1997. – Vol. 14, № 6. – P. 1407–1417.

11. Solitonlike propagation in photorefractive crystals with large optical activity and absorption / E. Fazio [et al.] // Phys. Rev. E. – 2002. – Vol. 66. – P. 016605-1–016605-12.

12. Пространственные солитоны в фоторефрактивных кристаллах $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ и $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ / Е.А. Мельникова [и др.] // Лазерная и оптико-

электронная техника: сб. науч. статей. – Минск: Акад. упр. при Президенте Респ. Беларусь. – 2006. – № 10. – С. 127–132.

13. Гончаренко, А.М. Основы теории оптических волноводов / А.М. Гончаренко, В.А. Карпенко, И.А. Гончаренко. – Минск: Белор. наука, 2009. – 296 с.

14. Self-trapping of dark incoherent light beams / Z. Chen [et al.] // *Science*. – 1998. – Vol. 280, № 5365. – P. 889–892.

15. (1+1)-Dimension dark spatial solitons in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystal / M.D. Iturbe Castillo [et al.] // *Opt. Commun.* – 1995. – Vol. 118, № 5-6. – P. 515–519.

16. High order dark spatial solitons in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystal / M.M. Mendez-Otero [et al.] // *Opt. Commun.* – 2001. – Vol. 193. – P. 277–282.

17. Waveguides formed by quasi-steady-state photorefractive spatial solitons / M. Morin [et al.] // *Opt. Lett.* – 1995. – Vol. 20, № 20. – P. 2066–2068.

18. Chen, Z. Steady-state photorefractive soliton-induced Y-junction waveguides and high-order dark spatial solitons / Z. Chen, M. Mitchell, M. Segev // *Opt. Lett.* – 1996. – Vol. 21, № 10. – P. 716–718.

19. Probe beam wave-guiding induced by spatial dark solitons in photorefractive BTO crystal / M.O. Iturbe Castillo [et al.] // *Revista Mexicana de Fisica*. – 1995. – Vol. 41, № 1. – P. 1–10.

20. Liu, S. (2+1)-dimensional fundamental spatial dark soliton / S. Liu, W. Wang, J. Xu // *Appl. Phys. Lett.* – 1995. – Vol. 66, № 6. – P. 665–666.

21. Dark incoherent soliton splitting in biased photorefractive-photovoltaic crystals / K. Lu [et al.] // *Opt. Commun.* – 2009. – Vol. 282. – P. 3335–3338.

22. Surface dark screening solitons / W.Q. Chen [et al.] // *Opt. Lett.* – 2011. – Vol. 36, № 19. – P. 3801–3803.

23. Dynamics of dark solitons in a trapped superfluid fermi gas / R.G. Scott [et al.] // *J. Phys. Rev. Lett.* – 2011. – Vol. 106, № 18. – P. 185301–185305.

24. Waveguides induced by photorefractive screening solitons / M. Shih [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B*. – 1997. – Vol. 14, № 11. – P. 3091–3101.

25. Formation of multiple dark photovoltaic spatial solitons / Y. Zhang [et al.] // *Pramana – J. Phys.* – 2012. – Vol. 78, № 2. – P. 265–275.

26. Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect / G.C. Duree [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1993. – Vol. 71, № 4. – P. 533–536.

27. She, W.L. Dark and bright photovoltaic spatial solitons in photorefractive crystals with positive refractive-index perturbation / W.L. She, C.W. Chan, W.K. Lee // *Opt. Lett.* – 2001. – Vol. 26, № 14. – P. 1093–1095.

28. Fast photogalvanic response of a $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystal / R.V. Romashko [et al.] // *Opt. Express.* – 2010. – Vol. 18, № 26. – P. 27142–27154.

29. Петров, М.П. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике / М.П. Петров, С.И. Степанов, А.В. Хоменко. – СПб. : Наука, 1992. – 320 с.

30. Адаптивная интерферометрия, использующая динамические отражательные голограммы в кубических фоторефрактивных кристаллах / А.А. Колегов [и др.] // *Квантовая электроника.* – 2011. – Т. 41, № 9. – С. 847–852.

31. Федоров, Ф.И. Теория гиротропии / Ф.И. Федоров. – Минск: Наука и техника, 1978. – 456 с.

32. Бокуть, Б.В. К феноменологической теории оптической активности кристаллов / Б.В. Бокуть, А.Н. Сердюков, Ф.И. Федоров // *Кристаллография.* – 1970. – Т. 15, № 5. – С. 1002–1006.

33. Федоров, Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах / Ф.И. Федоров. – М.: Наука, 1965. – 386 с.

34. Бокуть, Б.В. Основы теоретической кристаллооптики / Б.В. Бокуть, А.Н. Сердюков. – Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, 1977. – Т. 2. – 70 с.

35. Федоров, Ф.И. Оптика анизотропных сред / Ф.И. Федоров. – Минск: Изд. АН БССР, 1958. – 380 с.

36. Гончаренко, А.М. К теории пространственных тёмных солитонов / А.М. Гончаренко // *Весті Нацыянальнай акадэміі навук Беларусі.* – 2006. – № 1. – С. 79–80.

37. Spatial dark-soliton stripes and grids in self-defocusing materials / G.A. Swartzlander [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1991. – Vol. 66, № 12. – P. 1583–1586.

38. Dark-pulse propagation in optical fibers / D. Krokel [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1988. – Vol. 60, № 1. – P. 29–32.

39. Luther-Davies, B. Steerable optical waveguides formed in self-defocusing media by using dark spatial solitons / B. Luther-Davies, X. Yang // *Opt. Lett.* – 1992. – Vol. 17, № 24. – P. 1755–1757.

40. Controllable branching of optical beams by quasi-two-dimensional dark spatial solitons / D. Neshev [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1997. – Vol. 14, № 11. – P. 2869–2876.

41. Luther-Davies, B. Waveguides and Y junctions formed in bulk media by using dark spatial solitons / B. Luther-Davies, Y. Xiaoping // *Opt. Lett.* – 1992. – Vol. 17, № 7. – P. 496–498.
42. Dark soliton formation for light-induced waveguides in photorefractive InP:Fe / M. Chauvet [et al.] // *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.* – 1998. – Vol. 484. P. 491–494.
43. Dark photorefractive spatial solitons and photorefractive vortex solitons / G. Duree [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – Vol. 74, № 11. – P. 1978–1981.
44. Observation of dark photovoltaic spatial solitons / M. Taya [et al.] // *Phys. Rev. A.* – 1995. – Vol. 52, № 4. – P. 3095–3100.
45. Dark and bright photovoltaic spatial solitons / G.C. Valley [et al.] // *Phys. Rev. A.* – 1994. – Vol. 50, № 6. – P. R4457–R4460.
46. Photovoltaic spatial solitons / M. Segev [et al.] // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1997. – Vol. 14, № 7. – P. 1772–1781.
47. Steady-state spatial screening solitons in photorefractive materials with external applied field / M. Segev [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1994. – Vol. 73, № 24. – P. 3211–3214.
48. Y junctions arising from dark-soliton propagation in photovoltaic media / M. Taya [et al.] // *Opt. Lett.* – 1996. – Vol. 21, № 13. – P. 943–945.
49. Chauvet, M. Transient dark photovoltaic spatial solitons and induced guiding in slab LiNbO₃ waveguides / M. Chauvet, S. Chauvin, H. Maillotte // *Opt. Lett.* – 2001. – Vol. 26, № 17. – P. 1344–1346.
50. Waveguides and directional coupler induced by white-light photovoltaic dark spatial solitons / Y. Lu [et al.] – *J. Opt. Soc. Am. B.* – 2004. – Vol. 21, № 9. – P. 1674–1678.
51. Круглов, В.Г. Взаимодействие тёмных пространственных солитонов в ионно-имплантированном планарном волноводе в ниобате лития: эксперимент и численное моделирование / В.Г. Круглов, В.М. Шандаров // *Известия высших учебных заведений. Физика.* – 2010. – № 9/3. – С. 149–150.
52. Dark photorefractive spatial solitons and photorefractive vortex solitons / G. Duree [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1995. – Vol. 74, № 11. – P. 1978–1981.
53. Steady-state dark photorefractive screening solitons / Z. Chen [et al.] // *Opt. Lett.* – 1996. – Vol. 21, № 9. – P. 629–631.

54. Segev, M. Photorefractive screening solitons of high and low intensity / M. Segev, M. Shih, G.C. Valley // *J. Opt. Soc. Am. B.* – 1996. – Vol. 13, № 4. – P. 706–718.

55. Carvalho, M.I. Self-bending of dark and gray photorefractive solitons / M.I. Carvalho, M. Facao, D.N. Christodoulides // *Phys. Rev. E.* – 2007. – Vol. 76. – P. 016602-1–016602-8.

56. Controllable optical Y-junctions based on dark spatial solitons generated by holographic masks / J.A. Andrade-Lucio [et al.] // *Opt. Commun.* – 1999. – Vol. 165. – P. 77–82.

57. Interferometric generation of dark spatial solitons in a photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystal / M.M. Mendez Otero [et al.] // *Opt. Commun.* – 2006. – Vol. 258. – P. 280–287.

58. Spatial solitons in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ with drift mechanism of nonlinearity / M.D. Iturbe Castillo [et al.] // *Appl. Phys. Lett.* – 1994. – Vol. 64, № 4. – P. 408–410.

59. Experimental demonstration of (1+1)D self-confinement and breathing soliton-like propagation in photorefractive crystals with strong optical activity / E. Fazio [et al.] // *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.* – 2001. – Vol. 3. – P. 466–469.

60. Ho, P.L. A mode-preserving perfectly matched layer for optical waveguides / P.L. Ho, Y.Y. Lu / *Photonics Technology Letters, IEEE.* – 2003. – Vol. 15, № 9. – P. 1234–1236.

61. Hadley, G.R. Transparent boundary condition for beam propagation / G.R. Hadley // *Opt. Lett.* – 1991. – Vol. 16, № 9. – P. 624–626.

62. Hadley, G.R. Transparent boundary condition for beam propagation method / G.R. Hadley // *IEEE J. Quantum Electron.* – 1992. – Vol. 28, № 1. – P. 363–370.

63. Holographic storage in electrooptic crystals / N.V. Kukhtarev [et al.] // *Ferroelectrics.* – 1979. – Vol. 22. – P. 949–961.

64. Ковариантная форма диэлектрического тензора в кристаллах высшей и средней сингоний при векторном воздействии / Л.М. Барковский, Ф.И. Федоров // *Кристаллография.* – 1965. – Т. 10, № 2. – С. 174–180.

65. Оптические свойства кристаллов / А.Ф. Константинова [и др.] // Минск: Наука и техника. – 1995. – 302 с.

66. Garcia, A.L. Numerical methods for physics / A.L. Garcia. – New Jersey : A Paramount Communications Company, 1994. – 247 p.

67. Blair, S. Spatial Soliton Angular Deflection Logic Gates / S. Blair, K. Wagner // *Appl. Opt.* – 1999. – Vol. 38. – P. 6749–6772.

1

68. (2+1)Dimensional soliton formation in photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ crystals / E. Fazio [et al.] // Phys. Rev. E. – 2003. – Vol. 67. – P. 026611-1–026611-8.

69. Горелик, Г.С. Колебания и волны / Г.С. Горелик. – М.: ГИТТЛ, 1950. – 552 с.

70. Шепелевич, В.В. О голографических решетках в гиротропных средах / В.В. Шепелевич // Письма в ЖТФ. – 1981. – Т. 7, № 23. – С. 1380–1384.

71. Влияние пьезоэффекта на процессы записи и восстановления голограмм в фоторефрактивных кристаллах / А.А. Изванов [и др.] // Автометрия. – 1986. – № 2. – С. 79–84.

72. Степанов, С.И. Фотоупругий вклад в фоторефрактивный эффект в кубических кристаллах / С.И. Степанов, С.М. Шандаров, Н.Д. Хатьков // ФТТ. – 1987. – Т. 29, № 10. – С. 3054 – 3058.

73. Шандаров, С.М. Измерение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных пьезоэлектрических кристаллах под действием электрического поля голографической решетки / С.М. Шандаров, В.В. Шепелевич, Н.Д. Хатьков // Оптика и спектроскопия. – 1991. – Т. 70, № 5. – С. 1068–1073.

74. Shepelevich, V.V. Light diffraction by holographic gratings in optically active photorefractive piezocrystals / V.V. Shepelevich, S.M. Shandarov, A.E. Mandel // Ferroelectrics. – 1990. – Vol. 110. – P. 235–249.

75. Самовоздействие световых пучков в кристаллах силленитов среза (112) / О.А. Кашин [и др.] // Известия РАН. Серия физическая. – 2006. – Т. 70, № 12. – С. 1748–1751.

76. Влияние оптической активности на самоискривление светового пучка в кубических фоторефрактивных кристаллах во внешнем знакопеременном электрическом поле / О.А. Кашин [и др.] // Известия Вузов. Физика. – 2004. – Т. 47, № 7. – С. 26–32.

77. Photorefractive two-beam coupling characterization of a barium-calcium titanate crystal / S. Bernhardt [et. al.] // Appl. Phys. B. – 2000. – Vol. 70. – P. 789–795.