О.В. СТАРОВОЙТОВА, М.С. ЖУК
УО МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ МЕТОД ПРИ РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Решение олимпиадных задач обычно не требует знаний, выходящих за рамки школьной программы. Такие задачи, как правило, сформулированы так, что они не принадлежат ни к одному из стандартных типов задач школьного математического курса. Поэтому решение каждой такой задачи требует особого подхода, наличие способности к интенсивному творческому труду. Умение решать нестандартные задачи свидетельствует о глубоком владение математическим аппаратом и развитой культуре математического мышления, а владение предметом гораздо важнее, чем просто «чистые знания», которые всегда можно пополнить с помощью хороших справочников.

Один из таких нестандартных подходов при решении нестандартных задач – функциональный метод решения задач. Суть которого, в большинстве задач, сводится анализу и применению свойств функции, уже заявленной в условии задачи. Это дает возможность, исследуя ту или иную функцию, определить решение задачи, которое будет более рациональным.

Ежегодно мы успешно участвуем во всероссийской олимпиаде с международным участием по элементарной математике и по высшей математике среди студентов педагогических вузов. Олимпиада проводиться в режиме он-лайн Уральским государственным педагогическим университетом (Екатеринбург). Функциональный подход один из самых основных и часто использующихся методов нами при решении олимпиадных задач. Рассмотрим на примере решения одной из олимпиадных задач по элементарной математике, которая была в этом учебном году на данной олимпиаде:

Решить уравнение: $min(a^2–2ax+3x) = max(-b^2+4bx–3x^2+1)$.

Решение. Рассмотрим многочлены $a^2–2ax+3x$ *и* $-b^2+4bx–3x^2+1$, как функцию, где a – переменная, x– const.

Для функции вида $y= a^2–2ax+3x$, ветви параболы направлены вверх. Следовательно, минимум (min) данной функции находится в вершине параболы. А для функции вида $y=-b^2+4bx–3x^2+1$, ветви параболы направлены вниз. Следовательно, максимум (max) данной функции находится в вершине параболы.

Найдем абсциссы координат вершин парабол:

Для параболы $y= a^2–2xa+3x$ находим, что $a_0=2x/2=x$, *а для* $y=-b^2+4bx–3x^2+1$ определяем, что $b_0=-4x/(-2)=2x$

Подставляя полученные $a_0=x$ и $b_0=2x$ в наши функции, получаем значения функций в данных точках соответственно:

$y(a_0)=a^2–2xa+3x=x^2–2x^2+3x= –x^2+3x$,

$y(b_0)=-(2x)^2+8x^2–3x^2+1=-4x^2+8x^2–3x^2+1=x^2+1$.

Приравнивая полученные выражения:

$$–x^2+3x=x^2+1,$$
$$–x^2+3x–x^2–1=0,$$
$$–2x^2+3x–1=0$$

Решая квадратное уравнение находим что $x_1=1, x_2=1/2$

Несмотря на нестандартную формулировку задачи, решение ее оказалось достаточно быстрым и легким, и как ранее нами было отмечено, не требовало знаний, выходящих за рамки школьной программы. Данный метод был самым рациональным при решении данной задачи.