

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ «ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ, МАТЕМАТИКИ И ТЕХНИКИ»

Главный редактор: **А.В. Рогачев** (Беларусь)

Заместитель главного редактора: О.М. Демиденко (Беларусь)

Редакционная коллегия: В.Е. Агабеков (Беларусь) П.Н. Богданович (Беларусь) А.Ф. Васильев (Беларусь) Го Вэньбинь (Китай) С.С. Гиргель (Беларусь) В.И. Громак (Беларусь) А.Н. Дудин (Беларусь) В.А. Еровенко (Беларусь) А.И. Калинин (Беларусь) Матс Ларссон (Швеция) В.Д. Мазуров (Россия) Н.В. Максименко (Беларусь) Ю.В. Малинковский (Беларусь) А.Р. Миротин (Беларусь) В.В. Можаровский (Беларусь) В.С. Монахов (Беларусь) Н.К. Мышкин (Беларусь) Ю.М. Плескачевский (Беларусь) М.В. Селькин (Беларусь) И.В. Семченко (Беларусь А.Н. Сердюков (Беларусь) А. Сихвола (Финляндия) А.Н. Скиба (Беларусь) С.А. Третьяков (Финляндия)

Ответственный секретарь: Е.А. Ружицкая (Беларусь)

Абрес редакции:

Гомельский государственный учиверситет им. Ф. Скорины ул. Советская, 104, 246019, г. Гомель, Беларусь Тел. +375(232)60-30-02 +375(232)60-74-82 e-mail: pfmt@gsu.by Интернет-адрес: http://pfmt.gsu.by

SCIENTIFIC AND TECHNICAL JOURNAL «PROBLEMS OF PHYSICS, MATHEMATICS AND TECHNICS»

Editor-in-Chief: **A.V. Rogachev** (Belarus)

Deputy Editor-in-Chief: O.M. Demidenko (Belarus)

Editorial board V.E. Agabekov (Belarus) P.N. Bogdanovich (Belarus) A.F. Vasilvev (Belarus) Guo Wenbin (China) S.S. Girgel (Belarus) V.I. Gromak (Belarus) A.N. Dudin (Belarus) V.A. Erovenko (Belarus) **A.I. Kalinin** (Belarus) Mats Larsson (Sweden) V.D. Mazurov (Russia) N.V. Maksimenko (Belarus) Yu.V. Malinkovsky (Belarus) A.R. Mirotin (Belarus) V.V. Mozharovsky (Belarus) V.S. Monakhov (Belarus) N.K. Myshkin (Belarus) Yu.M. Pleskachevsky (Belarus) M.V. Selkin (Belarus) I.V. Semchenko (Belarus) A.N. Serdyukov (Belarus) A. Sihvola (Finland) A.N. Skiba (Belarus) S.A. Tretyakov (Finland)

Executive Secretary: **E.A. Ruzhitskaya** (Belarus)

Edition address:

F. Scorina Gomel State University Sovetskaya Str., 104, 246019, Gomel, Republic of Belarus Ph. +375(232)60-30-02 +375(232)60-74-82 e-mail: pfmt@gsu.by website:http://pfmt.gsu.by

проблемы физики, МАТЕМАТИКИ И ТЕХНИКИ

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с декабря 2009 г. Выходит 4 раза в год

№ 1 (26) 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

№ 1 (26) 2016	γ
СОДЕРЖАНИЕ	
ФИЗИКА	
Андреев В.В. Решение уравнения Шредингера с гиперсингулярным ядром в имнульсном пространстве	7
Белый В.Н., Кулак Г.В., Крох Г.В., Ропот П.И., Шакин О.В. Влияние светоиндуцирован-	
средах	11
Гиргель С.С. Поляризационные и энергетические свойства векторных гауссовоподобных пучков. І. Однородная поляризация	17
Гольдаде В.А., Цветкова Е.А., Шаламов И.В. Моделирование процессов поляризации-	22
Есман А.К., Потачиц В.А., Зыков Г.Л. Повышение энергоэффективности тонкопленоч-	22
ных солнечных элементов на основе соединения CuIn _{1-x} Ga _x Se ₂	30
Кондратенко В.И. Отражение электромагнитной волны от металло-диэлектрической структуры	34
Руденков А.С., Рогачев А.В., Пилиппов Д.Г., Федосенко Н.Н., Сянь Хун Джанг. Влияние ионного азотирования на фазовый состав, структуру и свойства углеродных покрытий	37

МАТЕМАТИКА

Мегралиев Я.Т., Искендерова Г.Н. Обратная краевая задача для гиперболического урав-	
нения второго порядка с интегральным условием первого рода	42
Пецевич В.М., Шевченя Д.Н. Свойство Пенлеве для дифференциальной системы второго	
порядка	48
Скиба А.Н. О о-свойствах конечных групп III	52
Сохор И.Л. О конечных π -разрешимых группах без широких подгрупп	63
Тютянов В.Н., Тихоненко Т.В. Конечные группы с Р -субнормальными подгруппами	68
Якубович О.В., Дудовская Ю.Е. Многорежимная сеть массового обслуживания со случай-	
ным временем пребывания сигналов	71

ИНФОРМАТИКА

Лановой А.Т. Оптимизация управления транспортной системой региона	75
Смородин В.С., Клименко А.В., Сукач Е.И., Шимчик О.А. Реструктуризация имитаци-	
онных моделей управляемых систем при автоматизации проектного моделирования	80
Соколов А.В., Жданов О.Н., Барабанов Н.А. Генератор псевдослучайных ключевых	
последовательностей на основе тройственных наборов бент-функций	85

Учредитель – Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины»

Журнал зарегистрирован в Министерстве информации Республики Беларусь (свидетельство о регистрации № 492 от 15 июня 2009 г.)

Журнал включен в Перечень научных изданий Республики Беларусь для опубликования результатов диссертационных исследований по следующим отраслям науки (научным направлениям): – технические (информатика, вычислительная техника и управление); – физико-математические (физика, математика).

Приказ Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь от 4 июля 2005 г. № 101 (в редакции приказа Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь от 2 февраля 2011 г. № 26), решение коллегии Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь от 8 июля 2011 г. № 13/1, приказ Председателя Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь от 1 февраля 2012 г. № 21.

Журнал «Проблемы физики, математики и техники» реферируется в Реферативном журнале и Базах данных Всероссийского института научной и технической информации (ВИНИТИ) Российской Академии наук (Москва) и в реферативном математическом журнале «Zentralblatt МАТН» (Берлин, Германия).

Ежегодно ВИНИТИ РАН подает сведения в мировую справочную систему периодических изданий «Ulrich's Periodical Directory» о реферировании журнала «Проблемы физики, математики и техники» в Реферативном журнале ВИНИТИ РАН.

Журнал включен в Общероссийский математический портал Math-Net.Ru и Научную электронную библиотеку eLIBRARY.RU.

Технический редактор Е. А. Ружицкая Корректоры Г. Н. Петухова, Т. А. Фицнер Дизайн обложки А. В. Ермаков

Подписано в печать 03 03 16. Формат 60×84 ½. Бумага офсетная. Гарнитура Times. Усп. печ. л. 11,2. Уч.-изд. л. 9,7. Тираж 100 экз. Заказ № 168.

Издатель и полиграфическое исполнение: учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины». Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя печатных изданий № 1/87 от 18.11.2013. Специальное разрешение (лицензия) № 02330/450 от 18.12.2013 ул. Советская, 104, 246019, Гомель

> © Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины», 2016

- © Проблемы физики, математики и техники, 2016
- © Problems of Physics, Mathematics and Technics, 2016

=ФИЗИКА

УДК 534.8:535.42

ВЛИЯНИЕ СВЕТОИНДУЦИРОВАННЫХ РЕШЕТОК НА АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ В ГИРОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В.Н. Белый¹, Г.В. Кулак², Г.В. Крох², П.И. Ропот¹, О.В. Шакин³

¹Институт физики НАН Беларуси, Минск ²Мозырский государственный педагогический университет ³Государственный университет аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург

THE INFLUENCES OF LIGHT-INDUCED GRATINGS ON THE ACOUSTOOPTICAL INTERACTION OF BESSEL LIGHT BEAMS IN THE GYROTROPIC CUBIC CRYSTAL

V.N. Belyi¹, G.V. Kulak², G.V. Krokh², P.I. Ropot¹, O.V. Shakin³

¹Institute of Physics of NAS Belarus, Minsk ²I.P. Shamyakin Mozyr State Pedagogical University ³State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg

Исследовано влияние светоиндуцированных решеток, обусловленных кубической оптической нелинейностью, на брэгговскую дифракцию бесселевых световых пучков на ультразвуке в гиротропных средах. Показано, что при использовании бесселевых световых пучков порог существенного проявления оптической нелинейности при брэгговской дифракции значительно снижается. Установлено, что в стоксовом режиме дифракции эффективность акустооптического взаимодействия достигает максимального значения при увеличении интенсивности света и в антистоксовом режиме монотонно убывает.

Ключевые слова: ультразвуковая волна, гиротропный кристалл, светоиндуцированная решетка, бесселев световой пучок, брэгговская дифракция, эффективность дифракции.

The influences of light-induced gratings determined by means of cubic optical nonlinearity on the Bragg diffraction by the Bessel light beams on ultrasound in the gyrotropic mediums are investigated. It is shown that under using Bessel light beams the plate of sufficiency display of optical nonlinearity under Bragg diffraction is substantially lowered. It was found that the diffraction efficiency of Stokes regime of the acousto-optical interaction reaches its maximum value under increasing the light intensity and anti-Stokes mode decreases monotonically.

Keywords: ultrasonic wave, gyrotropic crystal, light-induced grating, Bessel light beam, Bragg diffraction, diffraction efficiency.

Введение

Квазибездифракционные световые пучки представляют значительный практический интерес для лазерных технологий вследствие их уникального свойства, неизменной амплитуды светового поля в процессе их распространения. Наиболее интересными являются бесселевы световые пучки (БСП), энергия в поперечном сечении которых распределена в виде яркого центрального иятна, окруженного системой концентрических колец [1]–[4]. При этом интенсивность в центральном пятне значительна и быстро уменьшается в кольцевых зонах с увеличением радиальной координаты. Важным преимуществом бесселевых световых пучков по сравнению с традиционными (например, гауссовыми) является бездифракционность в локальной области пространства и способность самореконструкции волнового фронта за экраном [4].

БСП находят широкое применение в области нелинейной кристаллооптики (см. например [5], [6]). При этом с использованием таких пучков

© Белый В.Н., Кулак Г.В., Крох Г.В., Ропот П.И., Шакин О.В., 2016

реализованы эффективные нелинейно-оптические взаимодействия (самовоздействие, генерация оптических гармоник, параметрическое преобразование частоты и др.).

Значительный интерес исследователей и разработчиков представляет исследование особенностей преобразования и управления поляризационными и энергетическими параметрами БСП акустооптическими (АО) методами [7]-[9]. При этом следует учитывать, что широко используемые на практике АО кристаллы (парателлурит, кварц, йодноватой кислоты, кубические кристаллы структуры силленита и др.) являются гиротропными [10]. Очевидно, что при АО взаимодействии мощных световых пучков с ультразвуком нелинейные свойства среды могут существенно повлиять на характеристики дифрагированных на ультразвуке волн [11]-[13]. Показано [11], [12], что дифракционная эффективность при брэгговской АО дифракции является нелинейной функцией интенсивности падающего света. Для дифракции света на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в кристаллах парателлурита для излучения с длиной волны $\lambda_0 = 1,06$ мкм экспериментально установлено, что при увеличении интенсивности гауссовых световых пучков от 10 MBT/см² до 240 MBT/см² эффективность брэгговской дифракции увеличивается в 1,7 раза [13].

В настоящей работе с использованием теории связанных волн рассмотрены особенности брэгговской АО дифракции в гиротропных кубических кристаллах с учетом кубической нелинейности, приводящей к возникновению светоиндуцированных решеток наряду с ультразвуковой [11], [12], [14]. Теоретическое описание АО взаимодействия БСП в нелинейных средах основано на аналитических и численных методах с учетом анализа интегралов перекрытия бесселевых полей [5], [6].

1 Теоретические результаты

Рассмотрим геометрию АО взаимодействия (рисунок 1.1), для которой продольная или сдвиговая УЗ волна распространяется вдоль кристаллографической оси кристалла или направлений, являющихся продольными или поперечными нормалями [15].

Выберем систему координат XYZ так, что в направлении оси Х распространяется УЗ волна, а под углом ϕ_1 к оси Z падает световая волна. Если волна является линейно поляризованной, то в среде возможны четыре типа взаимодействий циркулярных мод, для каждого из которых существует свой угол Брэгга. Для взаимодействия волн с одинаковыми поляризациями (изотропная дифракция) условия Брэгга выполняются одновременно при одном и том же угле иадания $\phi_{\mathcal{E}} = \arcsin(\lambda_0 / 2n\Lambda)$, где λ_0 и Λ длина световой и звуковой волн соответственно; *n* – показатель преломления кристапла без учета гиротропии. В случае взаимодействия волн с различными поляризациями (анизотропная дифракция) углы Брэгга отличаются от $\phi_{\mathcal{B}}$ на величину $\Delta \varphi = \pm 2 \gamma (n \sin 2 \varphi_{r})$, где γ – параметр гиротропии [16]. При соблюдении условия $\gamma >> \Delta n_a$ (Δn_a – глубина модуляции показателя преломления акустической волной), возможно независимое рассмотрение всех четырех дифракционных процессов в гиротропных средах. Данное условие выполняется для большинства гиротропных сред используемых в акустооптике.

Рассмотрим геометрию АО взаимодействия (рисунок 1.1), для которой УЗ волна распространяется в гиротропном кубическом кристалле в направлении оси X и занимает пространство между плоскостями z = 0 и z = l. В условиях изотропной дифракции циркулярно поляризованных световых волн УЗ частоты различаются по величине. При анизотропной дифракции векторный

синхронизм достигается различием углов между волновыми векторами УЗ волны. В таком случае в направлении дифракционного порядка при анизотропной дифракции дают вклады два вида векторных взаимодействий: $\vec{k}_{0\pm} + \vec{K}_{1,2} = \vec{k}_{1\mp}$, где \vec{K}_1, \vec{K}_2 – плосковолновые компоненты акустического пучка. При наличии слабой девиации УЗ частоты от центральной, то есть $f \div f + \Delta f$, будет наблюдаться одновремено дифракция правои левоциркулярно поляризованных составляющих падающего слаборасходящегося линейно поляризованного светового пучка. Условия векторного синхронизма имеют вид: $\vec{k}_{0\pm} + \vec{K}_{1,2} = \vec{k}_{1\pm}$ [11].

На входе в кристалл электрический вектор линейно поляризованной волны можно представить в виде:

 $\vec{E}_i(z=0) = A(\rho_0)(\vec{e}_i \cos \psi + \vec{e}_2 \sin \psi),$ где $A(\rho_0)$ – распределение амплитуды падающего БСП, $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ – орты системы координат *XYZ*, ψ – азимут поляризации.





Для пространственной части электрического вектора $\vec{A}_i(\rho_0, \vec{r}_i)$ преломленного БСП в кристалле имеем [5], [6]:

$$\begin{split} \vec{A}_{i}(\rho_{0},\vec{r}_{i}) &= A_{+}(\rho_{0})\vec{e}_{+}e^{i\vec{k}_{+}\vec{r}_{i}} + A_{-}(\rho_{0})\vec{e}_{-}e^{i\vec{k}_{-}\vec{r}_{i}},\\ \text{где} \quad A_{\pm}(\rho_{0}) &= \frac{A^{\circ}J_{0}[k_{\pm}\sin(\gamma_{\pm})\rho_{0}]}{\sqrt{\pi}R_{B}J_{1}[k_{\pm}\sin(\gamma_{\pm})R_{B}]} - \text{амплитуды} \end{split}$$

бесселевых пучков; $\vec{k}_{\pm} = k_0 n_{\pm} \vec{n}$, где $k_0 = 2\pi / \lambda_0$, $n_{\pm} = n + \gamma$ – показатели преломления собственных БСП; \vec{n} – волновая нормаль вдоль преломленных БСП, поскольку различие углов преломления собственных мод мало; $\vec{e}_{\pm} = \frac{\vec{e}_{p,2} + i\vec{e}_{2,p}}{\sqrt{2}}$,

 $\vec{e}_p = \frac{[\vec{e}_2 \vec{n}]}{|[\vec{e}_2 \vec{n}]|}$ – единичный вектор, лежащий в

Проблемы физики, математики и техники, № 1 (26), 2016

плоскости дифракции XZ. Здесь $J_{0,1}(x)$ – функции Бесселя нулевого и первого порядка.

Векторы смещения $U_{1,2}$ для плоских УЗ волн с волновыми векторами $\vec{K}_{1,2}$ даются следующими выражениями [15]:

$$\vec{U}_{1,2} = \vec{U}_0 \exp[i(\vec{K}_{1,2}\vec{r} - \Omega t)],$$

где $\Omega = 2\pi f$ – центральная частота УЗ источника, \bar{U}_0 – амплитуда УЗ волны; $|\vec{K}_{1,2}| = \Omega_{1,2} / \upsilon$ (υ – фазовая скорость УЗ волны). УЗ волна создает периодическое в пространстве и времени изменение тензора диэлектрической проницаемости $\Delta \varepsilon_{i,j}^s$, связанное с тензором упругих деформаций $U_{ik} = \frac{\nabla_k U_i + \nabla_i U_k}{2}$ и тензором фотоупругих постоянных p_{ijkl} ($i, j, k, l = 1 \div 3$). Наряду с добавкой $\Delta \hat{\varepsilon}^s$ в поле мощной световой волны возникает добавка $\Delta \hat{\varepsilon}^l$ из-за кубической оптической нелинейности, которая для изотропной среды в общем случае имеет вид [17]:

$$\Delta \hat{\varepsilon}_{ik}^{l} = 4\pi (\theta_1 E_i E_k^* + \theta_2 E_i^* E_k / 2). \qquad (1.1)$$

Соотношение между входящими в выражение (1.1) коэффициентами θ_1 и θ_2 определяется механизмом нелинейности [18] (для керровского ориентационного механизма, например, $\theta_1 = 6\theta_2$, для стрикционного – $\theta_2 = 0$, для нелинейной электрической поляризации – $\theta_1 = \theta_2$).

Из уравнений Максвелла и материальных уравнений следует волновое уравнение для напряженности светового поля в области, занятой ультразвуком [11], [16]. Решение волнового уравнения будем искать в виде нескольких связанных волн с медленно изменяющимися амплитудами [5], [6]:

$$\vec{E} = \vec{v}_i A_i(z) j_0(q_0 \rho_0) e^{i(\vec{k}_i \vec{r}_i - \omega_l)} + \sum_{m=1}^M \vec{u}_d A_{dm}(z) j_0(q_{1m} \rho_1) e^{i(\vec{k}_d \vec{r}_d - \omega_d t)}, \qquad (1.2)$$

где $\rho_{01} = \rho \cos \phi_{1,2}$, $\rho_{0,1} \approx \rho$ для $\phi_{1,2} << 1$; ρ – цилиндрическая координата светового пучка, распространяющегося вдоль оси Z; l – длина AO взаимодействия; $\vec{u}_{i,d}$ – единичные векторы циркулярной поляризации дифрагированных волн (например при преобразовании правополяризованой волны в левополяризованную следует *i* заменить на "+" и *d* на "–"); $\omega_d = \omega \pm \Omega$, где ω – частота падающей световой волны; $k_{ix} = (\omega/c)n_i \sin \phi_1$ и $k_{ix} = (\omega/c)n_i \cos \phi_1$ – компоненты волновых векторов преломленной волны;

$$k_{dx} = [\{(\omega \pm \Omega) / c\}n_d \sin \varphi_2],$$

$$k_{dz} = [\{(\omega \pm \Omega) / c\}n_d \cos \varphi_2]$$

Problems of Physics, Mathematics and Technics, № 1 (26), 2016

– компоненты волнового вектора дифрагированной волны; c – скорость света в вакууме. В (1.2) введены нормированные функции Бесселя $j_0(q_0\rho_0)$ и $j_0(q_{1m}\rho_1)$ [6]:

$$j_0(q_0\rho_0) = \frac{J_0(q_0\rho_0)}{\sqrt{\pi}R_B J_1(q_0R_B)},$$
$$j_0(q_{1m}\rho_1) = \frac{J_0(q_{1m}\rho_1)}{\sqrt{\pi}R_B J_1(q_{1m}R_B)}$$

где $q_0 = k_i \gamma_i$, $q_{1m} = k_{dm} \gamma_d$, причем R_B – радиус падающего БСП, $2\gamma_{i,d}$ – углы конуса БСП, M – число бесселевых мод в дифрагированном снетовом поле. При $\rho = R_B$ и $q_{1m}R_B = (m-0,25)\pi$ функции Бесселя обращаются в нуль, но есть формула (1.2) представляет собой разложение по модам цилиндрической области радиусом R_B .

Подставив выражение (1,2) в волновое уравнение для напряженности светового поля \vec{E} в области, занятой ультразвуком, введя вещественные амплитуды и фазы [11]:

$$A_i(z) \neq A_i^r(z) \exp[-i\phi_i(z)],$$

 $A_{dm}(z) = A^r_{dm}(z) \exp[-i\phi_{dm}(z)],$ получим систему уравнений связанных волн

$$\frac{dA_i^r}{dz} = a \sum_{m=1}^M g_{im} A_{dm}^r(z) + bA_i^r(z) \left(\sum_{m=1}^M A_{dm}^{r^2}(z) g_{nm} \sin \Delta \phi_m \right), \frac{dA_{dm}^r}{dz} = qg_{dm} A_i^r(z) + dA_i^{r^2}(z) \left(\sum_{m=1}^M A_{dm}^r(z) g_{sm} \sin \Delta \phi_m \right), \frac{d\Delta \phi}{dz} = b \left(\frac{g_{im} A_i^r(z)}{A_{dm}^r(z)} - \frac{\sum_{m=1}^M g_{dm} A_{dm}^r(z)}{A_i^r(z)} \right) \cos \Delta \phi_m,$$
(1.3)

где $\Delta \phi_m = \phi_{dm} - \phi_i$, $g_{im,dm}$, $g_{dm,sm}$ – интегралы перекрытия. Интегралы перекрытия задаются соотношениями:

$$g_{im} = \frac{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}(q_{0}\rho_{0})j_{0}(q_{1m}\rho_{1})\rho_{0}d\rho_{0}}{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}^{2}(q_{0}\rho_{0})\rho_{0}d\rho_{0}},$$

$$g_{dm} = \frac{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}(q_{1m}\rho_{1})j_{0}(q_{0}\rho_{0})\rho_{1}d\rho_{1}}{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}^{2}(q_{1m}\rho_{0})\rho_{1}d\rho_{1}},$$

$$g_{nm} = \frac{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}^{2}(q_{1m}\rho_{1})j_{0}^{2}(q_{0}\rho_{0})\rho_{1}d\rho_{1}}{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}^{2}(q_{0}\rho_{0})\rho_{0}d\rho_{0}},$$

$$g_{sm} = \frac{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}^{2}(q_{1m}\rho_{1}) j_{0}^{2}(q_{0}\rho_{0})\rho_{1}d\rho_{1}}{\int_{0}^{R_{B}} j_{0}^{2}(q_{1m}\rho_{0})\rho_{1}d\rho_{1}}$$

Система уравнений (1.3) описывает все типы взаимодействия циркулярно поляризованных мод, причем коэффициенты $q = -\mu a$, $d = -\mu b$ ($\mu = \omega_d / \omega$) в каждом случае задаются отдельно. При дифракции на продольных ультразвуковых волнах, распространяющихся вдоль кристаллографических осей второго порядка

$$a = -\frac{\pi n^3}{2\lambda_0} [(p_{11}\cos^2\varphi_1 - p_{12}\sin^2\varphi_1) \pm p_{12}]U_1,$$

где знак плюс соответствует изотропной дифракции, а знак минус – анизотропной; $U_1 = \sqrt{2I_a / \sigma \upsilon_l^3}$ – компоненты тензора упругих деформаций (I_a – интенсивность УЗ волны, σ – плотность кристалла, υ_l – фазовая скорость продольной УЗ волны); нелинейный коэффициент

$$b = \frac{2\pi^2 \mu}{n\lambda_0} \left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{2} \right) \sin^4 \varphi_1$$

(анизотропная дифракция),

$$b = \frac{2\pi^2 \mu}{n\lambda_0} \left(\theta_1 + \frac{\theta_2}{2} \right) \cos^4 \varphi_1$$

(изотропная дифракция).

В случае дифракции на сдвиговых волнах для обоих типов взаимодействия имеем:

$$a = -\frac{\pi n^3}{4\lambda_0} (p_{11} - p_{12}) U_5 \sin 2\varphi_1$$

а коэффициенты *b* и *d* совпадают с соответствующими коэффициентами для дифракции на продольных УЗ волнах; $U_5 = \sqrt{2}I_a/\sigma v_s^3 - \kappa om-$ понента тензора деформаций (v_s – фазовая скорость сдвиговой УЗ волны).

Точное решение системы уравнений (1.3) при граничных условиях: $A_{i}^{r}(z=0) = A, A_{d}^{r}(z=0) = 0$ возможно для одной дифрагированной моды при $\Delta \phi = 3\pi/2$ [12]. В общем случае система уравнений (1.3) сводится к системе уравнений относительно A_i^r , A_{dm}^r (m = 1, 2, ..., M). Ее решение возможно лишь численными методами. Интегралы перекрытия $g_{im,dm}$ достигают максимального значения, равного единице, при условии $q_{1m} = q_0$. Дифрагированное световое поле при достаточно больших $R_{B} \sim 1$ мм является единичным БСП с углом конуса, равным углу конуса падающего БСП и следует рассчитывать интеграл перекрытия g_{nm,sm} численными методами. Тогда система уравнений (1.3) сводится к двум нелинейным уравнениям, решение которых можно найти в замкнутой форме [11]. Вид решения зависит от значения параметра $G = \mu^{-2}aq + b^2 I_0 / 4$, где $I_0 -$ интенсивность падающего света. Случай G < 0 качественно совпадает с дифракцией света на ультразвуке в отсутствии нелинейности. Интенсивности дифрагированных волн находим из соотношений:

$$I_{i} = \frac{I_{0} \left[2\sqrt{-G} \operatorname{ctg} \left(z\sqrt{-G} + bI_{0} \right) \right]^{2}}{\left\{ 4a^{2} + \left[2\sqrt{-G} \operatorname{ctg} \left(z\sqrt{-G} \right) + bI_{0} \right] \right\}^{2}}, (1.4)$$
$$I_{d} = \frac{4a^{2}I_{0}}{\left[2\sqrt{-G} \operatorname{ctg} \left(z\sqrt{-G} \right) + bI_{0} \right]^{2} + 4a^{2}}.$$

При G > 0 в выражениях (1.4) следует выполнить замену: $\operatorname{ctg}(z\sqrt{-G}) \rightarrow i \operatorname{cth}(z\sqrt{G})$; в случае G = 0 в (1.4) следует выполнить предельный переход при $G \rightarrow 0$.

2 Численные расчеты

Численные расчеты проводились для изотропной дифракции излучения *He-Ne* лазера с длиной волны $\lambda = 0,6328$ мкм на продольной УЗ волне, распространяющейся вдоль кристаллографической оси [100] кристалла германата висмута (Bi₁₂GeO₂₀) [10]. Эффективность дифракции $n = I_d / I_0$ зависит от интенсивности падающего света I_0 . Рассматривался керровский стрикционный механизм оптической нелинейности. При этом коэффициент

$$d = \frac{2\pi n_2 \sin \phi}{\lambda_0 \cos \phi_E},$$

где для кристалла $\operatorname{Bi}_{12}\operatorname{GeO}_{20}$ коэффициент нелинейности $n_2 = 1, 2 \cdot 10^{-14} \operatorname{cm}^2 / \operatorname{Br}$ [19]; $\phi = \pi / 2$ ($\phi = -\pi / 2$) для стоксовой (антистоксовой) дифракции соответственно [12].

На рисунке 2.1 представлена зависимость эффективности дифракции η от интенсивности ультразвука І_а при различных интенсивностях падающего светового пучка для стоксовой (а) и антистоксовой (б) дифракции. Из рисунка следует, что при малых $I_0 \le 100 \text{ Br/ cm}^2$ изменение эффективности дифракции близко к описываемому функцией $\eta = \sin^2(al)$. При увеличении интенсивности света проявляется нелинейный характер зависимости с существенными отклонениями от синусоидального закона. При стоксовой дифракции (b < 0), как следует из рисунка 2.1 (а), наклон кривых изменяется (по сравнению с антистоксовым режимом, см. рисунок 2.1 (б)) и при значительных интенсивностях света $I_0 = 5 \cdot 10^3 \text{ Bt/cm}^2$ наблюдаются резкие изменения дифракционной эффективности.

Проблемы физики, математики и техники, № 1 (26), 2016



Рисунок 2.1 – Зависимость эффективности АО взаимодействия η от интенсивности УЗ волны I_a для стоксовой (*a*) и антистоксовой (*б*) дифракции при различных интенсивностях света I_0 : 1 – 10, 2 – 100, 3 – 1000, 4 – 5000 Вт/см² (l = 1 см, $g_{nm} = g_{sm} = 3,26 \cdot 10^6$ м⁻², кристалд BI_{12} GeO₂₀))



Рисунок 2.2 – Зависимость эффективности дифракции η от интенсивности света I_0 при различных интенсивностях. УЗ волны I_a : 1 – 1, 2 – 2, 3 – 3, 4 – 4 Вт/см² (l = 0,5 см, $g_{nm} = g_{sm} = 3,26 \cdot 10^6$ м⁻², кристалл $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$)

Следует отмерить, что эффективность стоксовой дифракции с понижением частоты ультразвука (b < 0) значительно выше, чем при антистоксовой (b > 0), соответствующей повышению частоты. Данный эффект объясняется синфазным (противофазным) влиянием светоиндуцированной фазовой решетки на эффективность брэгговской АО дифракции при стоксовой (антистоксовой) дифракции соответственно [11], [12]. Однако, при антистоксовом режиме дифракции максимальное значение дифракционной эффективности достигается при меньших значениях интенсивности ультразвука (см. кривую 3 на рисунке 2.1 (δ)).

На рисунке 2.2 представлена зависимость эффективности дифракции от интенсивности света для стоксового режима (*a*) и антистоксового (*б*) режима дифракции. Из рисунка следует, что при стоксовой дифракции электрострикционная решетка способствует увеличению эффективности

Problems of Physics, Mathematics and Technics, № 1 (26), 2016

дифракции света на ультразвуке. В случае антистоксовой дифракции электрострикционная решетка находится в противофазе по отношению к УЗ решетке и тормозит данный процесс.

Нелинейные эффекты при дифракции бесселевых световых пучков проявляются значительно в большой мере, чем при дифракции световых пучков [11], [12], близких по форме к плоским волнам. Это объясняется высокой концентрацией энергии в сечении БСП с одинаковыми углами конусности и большими значениями интегралов перекрытия $g_{nm,sm} \sim 10^6 \text{ м}^{-2}$. При этом обратные интегралы перекрытия взаимодействующих БСП пропорциональны эффективным площадям взаимодействующих пучков в нелинейном кристалле [5], [6].

Высокие значения интегралов перекрытия $g_{nm} \sim 10^3 \text{M}^{-2}$ имеют место также при описании эффектов преобразования частоты бесселевыми световыми пучками в кристаллах [6]. При этом

достигается коэффициент преобразования второй оптической гармоники в кристалле КТР в три раза больший, чем при использовании гауссовых световых пучков. В работе [20] исследована эволюция состояния поляризации основной моды слабо двулучепреломляющего волоконного световода вследствие эффекта Керра при взаимодействии волн с ортогональной поляризацией. При этом интегралы перекрытия разно-поляризованных волн пропорциональны $1/S \sim 10^3 \text{м}^{-2}$, где S – площадь поперечного сечения сердцевины волоконного световода.

Заключение

Таким образом, интенсивные бесселевы световые пучки могут успешно применяться для эффективных акустооптических преобразований в гиротропных кубических кристаллах. При этом следует учитывать значительное влияние светоиндуцированных решеток, возникающих в среде с кубической оптической нелинейностью в стоксовом и антистоксовом режиме брэгговской лифракции. На этой основе возможно создание нового типа АО устройств для управления интенсивными квазибездифракционными пучками бесселева типа. Такие устройства (модуляторы, дефлекторы) перспективны для применений в лазерных технологиях (в частности для лазерной резки и сварки), для зондирования поглощающих и рассеивающих сред на большую глубину, лазерной локации, микроскопии высокого разрешения и других областях, а также для решения проблем лазерной диагностики и контроля промышленности, микро- и нанотехнологиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Durnin, J. Exact solutions for nondiffracting beams / J. Durnin // J. Opt. Soc. Am. - 1987. -Vol. 4, № 4. – P. 651–654.

2. Durnin, J. Diffraction-free beams / J. Durnin, J.J. Miceli, J.H. Eberli // Phys. Rev. Lett. - 1987. -Vol. 58, № 15. – P. 1499–1501. 3. *Turunen*, J. Realization of general nondif-

fracting beams with compute generated holograms / J. Turunen, A. Vasara, A.T. Friberg // J. Opt. Soc. Am. – 1989. – Vol. A6, № 11. – P. 1748–1754.

4. Herman, R.M. Self-reconstruction of a distorted nondiffracting beam / R.M. Herman, T.A. Wiggins ¼ J. Opt. Soc. Am. - 1991. - Vol. 8, № 6. -P. 932–942.

5. Генерация второй гармоники бесселевыми световыми пучками в кристаллах КТР / В.Н. Белый, Н.С. Казак, Н.В. Кондратюк, Н.А. Хило, А.А. Шагов // Квантовая электроника. - 1998. -T. 25, № 11. – C. 1037–1042.

6. Белый, В.Н. Преобразование частоты бесселевых световых пучков нелинейными кристаллами / В.Н. Белый, Н.С. Казак, Н.А. Хило // Квантовая электроника. - 2000. - Т. 30, № 9. -C. 753-766.

7. Поляризационно-независимая акустооптическая модуляция бесселевых световых пучков / В.Н. Белый, Г.В. Кулак, Г.В. Крох, О.В. Шакин // Журн. прикл. спектр. – 2014. – Т. 81, № 1. – C. 83-88.

8. Polarization-independent acousto-optical modulation of Bessel light beams / V.N. Belyi, S.V. Kulakov, G.V. Kulak, O.V. Shakin // XVI International Conference for Young Reserchers. Wave electronics and its application in the information and telecommynication systems, 2–6 June. – 2013. – P. 33.

9. Khilo, N.A. Generation of TH- and TE- polarized Bessel light at acousto-optic interaction in anisotropic crystals / N.A. Khilo, N.S. Kazak, V.N. Belyi // Opt. Commun. – 2014. – Vol. 325. – P. 84–91.

10. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – Москва.: Мир, 1987. – 616 с.

11. Кулак, Г.В. Дифракция света на ультразвуке в гиротропных нелинейных средах / Г.В. Ку-

звуке в протропных нелициных средах / 1.В. Ку-лак // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. – 1985. – № 1. – С. 63–66. 12, *Yeh*, P. Nonlinear-optical Bragg scattering in Kerr media / P. Yeh, M. Khoshevisan // J. Opt. Soc. Am. – 1987. – Vol. 4, № 12. – Р. 1954–1957.

13. Проклов, В.В. Исследование дифракции мощного лазерного излучения в TeO₂ / В.В. Проклов, С.В. Пешин, Б.Л. Давыдов, Г.Н. Шкердин // Краткие сообщения по физике. Труды ФИАН. – 1979. – C. 1543–1545.

14. Кессель, А.Р. Дифракция света на звуке в оптически нелинейных средах / А.Р. Кессель, В.М. Мусин // ФТТ. – 1980. – Т. 22, В. 8. – С. 2483– 2485.

15. Балакший, В.Н. Физические основы акустооптики / В.Н. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков. – М.: Радио и связь, 1985. – 280 с.

16. Белый, В.Н. Дифракция света на ультразвуке в гиротропных кубических кристаллах в режиме Брэгга / В.Н. Белый, Г.В. Кулак // ЖПС. - 1991. - T. 54, № 5. - C. 803-808.

17. Бломберген, Н. Нелинейная оптика / Н. Бломберген. – М.: Мир, 1966. – 419 с.

18. The self focusing of light of different polarizations / D.H. Chose [et al.] // IEEE Journal of Quantum Electronics. - 1966. - QE-2. - P. 553-557.

19. Ганеев, Р.А. Нелинейно-оптические характеристики различных сред / Р.А. Ганеев, Г. Усманов // Квантовая электроника. - 2007. -T. 37, № 7. – C. 605–616.

20. Crosignani, B. Depolarization of light due to the optical Kerr effect in low-birefringence singlemode fibers / B. Crosignani, B. Daino, P. Di Porto // J. Opt. Soc. Am. - 1986. - Vol. 3, № 8. - P. 1120-1123.

Поступила в редакцию 22.09.15.