

6. Zhuk, A. I. On associated solution of the system of non-autonomous differential equations in the Lebesgue spaces / A. I. Zhuk, H. N. Zashchuk // Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics. – 2022. – № 1. – P. 6–13.

7. Жук, А. И. Неавтономные системы дифференциальных уравнений с обобщенными коэффициентами в алгебре обобщенных функций / А. И. Жук, О. Л. Яблонский // Докл. НАН Беларуси. – 2013. – Т. 57, № 6. – С. 20–23.

8. Жук, А. И. Системы квазидифференциальных уравнений в прямом произведении алгебр мнемофункций. Симметрический случай / А. И. Жук, А. К. Хмызов // Вестник Белорусского государственного университета. Сер. 1. Физика. Математика. Информатика. – 2010. – № 2. – С. 87–93.

УДК (539.26+539.533):669.71

Д. А. ЗЕРНИЦА

УО «Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина» (г. Мозырь, Беларусь)

### МИКРОСТРУКТУРА И СТАБИЛЬНОСТЬ СВОЙСТВ АМОРФНЫХ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ SN-AL, ПОЛУЧЕННЫХ В СИЛЬНО НЕРАВНОВЕСНЫХ УСЛОВИЯХ

Совокупность исследований, проведённых до настоящего времени в области физики неравновесных состояний, имеют неполноту с точки зрения исследования материалов с невысоким содержанием легирующих компонент. Между тем такие сплавы являются перспективными с экономической точки зрения ввиду низкой стоимости производства, из-за отсутствия в необходимости использовать высокотемпературные вакуумные печи для получения сплавов.

Рассмотрим следующую картину процессов, протекающих при сверхбыстрой кристаллизации тонких слоёв расплава. На первом этапе процесс охлаждения жидкости начинается с отвода теплоты через границу «сплав-медная подложка», что сопровождается сильным переохлаждением расплава [1].

Точное аналитическое решение одномерной задачи теплопроводности при охлаждении фольги получено при предположениях, что тепловые характеристики системы «расплав-подложка-область контакта» не зависят от температуры; отсутствует тепловой поток через внешнюю поверхность фольги; тепловой поток через поверхность контакта расплава с *Si*-подложкой пропорционален температурной разности между фольгой и подложкой в зоне контакта; в области, отдалённой от поверхности контакта фольги и подложки, температура подложки постоянна. Исследуемая фольга толщиной *d*, нагретая до некоторой температуры *T*<sub>10</sub>, приводится в контакт с *Si*-подложкой, имеющей температуру *T*<sub>20</sub>. В таком случае температура фольги *T*<sub>1</sub>(*x*, *t*) и *Si*-подложки *T*<sub>2</sub>(*x*, *t*) в произвольной точке *x* (ось *x* есть перпендикуляр к плоскости контакта, внешняя поверхность фольги *x* = 0, поверхность контакта *x* = *d*) и в произвольный момент времени *t* определяются следующим соотношением:

$$T_1(s, \tau) = T_{20} + \frac{(T_{10} - T_{20})n}{\pi} \int_0^\infty \frac{\{\sin[(1-s)\xi] + \sin[(1+s)\xi]\} e^{-\xi^2 \tau}}{\xi [(g\xi \sin \xi - \cos \xi)^2 + n^2 \sin^2 \xi]} d\xi, \quad 0 < s < 1, \quad (1.1),$$

$$T_2(s, \tau) = T_{20} + \frac{2(T_{10} - T_{20})}{\pi} \times \int_0^\infty \frac{\{n(\cos \xi - g\xi \sin \xi) \cos[m\xi(s-1)] - n^2 \sin \xi \sin[m\xi(s-1)]\} \sin \xi e^{-\xi^2 \tau}}{\xi [(g\xi \sin \xi - \cos \xi)^2 + n^2 \sin^2 \xi]} d\xi, \quad (1.2),$$

$$1 < s < \infty,$$

где индекс 1 относится к фольге; индекс 2 – к подложке;

*s* = *x*/*d* и  $\tau = ta_1/d^2$  – безразмерное расстояние и время;

*m* =  $\sqrt{a_1/a_2}$ , *n* =  $\sqrt{a_2/a_1} \lambda_1/\lambda_2$  – безразмерные параметры, характеризующие процесс теплопереноса;

*h* – коэффициент теплоотдачи на границе сплав – подложка, зависящий от материала подложки, состава сплава и метода сверхбыстрого затвердевания;

*a* и  $\lambda$  – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности;

$\xi$  – переменная интегрирования.

Если изменить условие, при котором температура подложки вдали от поверхности контакта постоянная, на условие постоянной температуры охлаждающей поверхности (медная подложка), то решение будет иметь вид суммы бесконечного ряда:

$$T_1(s, \tau) = T_{20} + 2(T_{10} - T_{20}) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \cos(\mu_n s) e^{-\mu_n^2 \tau}, \quad (1.3)$$

где  $\mu_n$  — последовательные решения уравнения  $\operatorname{ctg} \mu_n = g \mu_n$ .

Однородность охлаждения выражается числом Био [2], от которого зависит, можно ли считать охлаждение однородным (при малых числах Био) или же имеет место условие  $h \rightarrow \infty$  хорошего теплового контакта расплава и подложки.

Тогда скорость охлаждения расплава при сверхбыстрой кристаллизации при однородном охлаждении оценивается как:

$$u = \langle \dot{T}_1 \rangle = \frac{h \Delta T}{c_1 \rho d} = \frac{a_1 h \Delta T}{\lambda_1 d}. \quad (1.4)$$

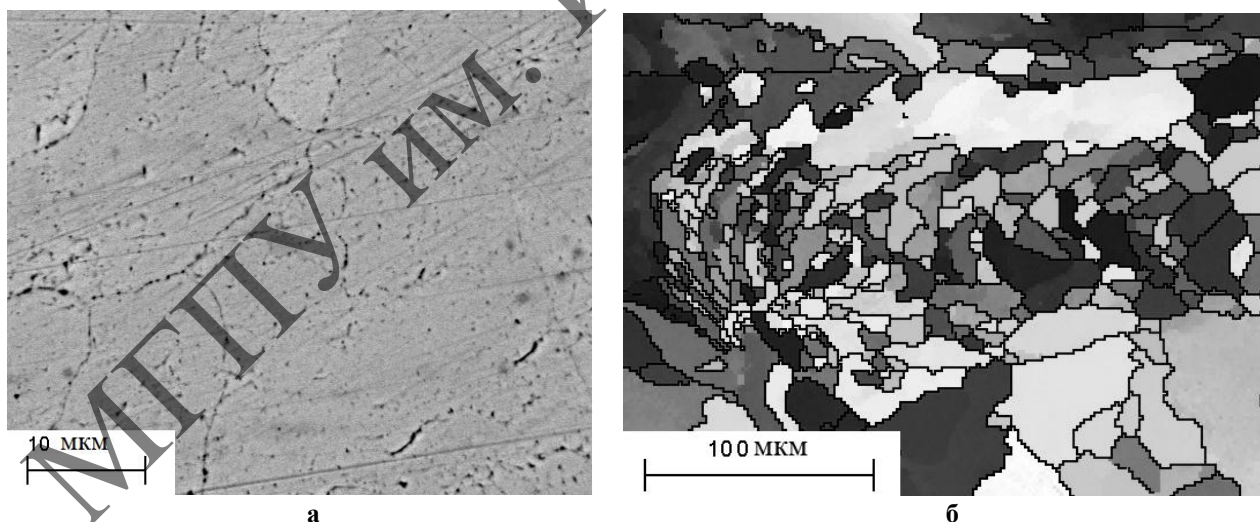
Для исследуемой системы  $h = (1 \div 2) \cdot 10^5$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) [2]. Прочие теплофизические характеристики были взяты из справочных материалов.

Сверхвысокие скорости охлаждения  $u$  приводят к увеличению степени переохлаждения сплава  $\Delta T_{\text{пер}}$ , необходимого для начала процесса кристаллизации. Тогда, согласно изучению данных [3], для олова можно аппроксимировать зависимость  $\Delta T_{\text{пер}}$  от  $\lg u$  в диапазоне  $10^2$ – $10^6$  К/с степенной функцией вида:

$$\Delta T_{\text{пер}} = (1,09 \pm 0,14) (\lg u [\text{K/c}])^{3,09 \pm 0,09} \quad (1.5)$$

Согласно расчётам, величина переохлаждения системы составляет около 100 °С.

Изображение поверхностного слоя фольги Sn-0,6 мас. % Al приведено на рисунке 1 а. Тёмные выделения равноосной формы соответствуют фазе алюминия. Как видно из рисунка, локализованы они преимущественно на границах зёрен. С увеличением процентного содержания Al в сплаве доля их выделений растёт линейно. Средний диаметр не превышает 1 мкм. Зёрнистая структура исследуемого сплава Sn – 0,6 мас. % Al представляет собой преимущественно вытянутые зёрна, формирование которых связано с их ростом вдоль направления движения жидкости по кристаллизатору (рисунок 1 б).



а – изображение поверхности; б – зёрнистая структура  
Рисунок 1 – Структура фольги сплава Sn-0,6 мас. % Al

Микротвёрдость исследуемых фольг превышает микротвёрдость сплавов, полученных методом литья, что следует из рисунка 2. Увеличение микротвёрдости фольг связано с действием механизмов твёрдорастворного упрочнения и образованием дисперсных частиц алюминия. При отжиге протекает распад пересыщенного твёрдого раствора, что фиксировалось при изменении микротвёрдости, выраженном в начальном увеличении параметра, и последующем уменьшении.

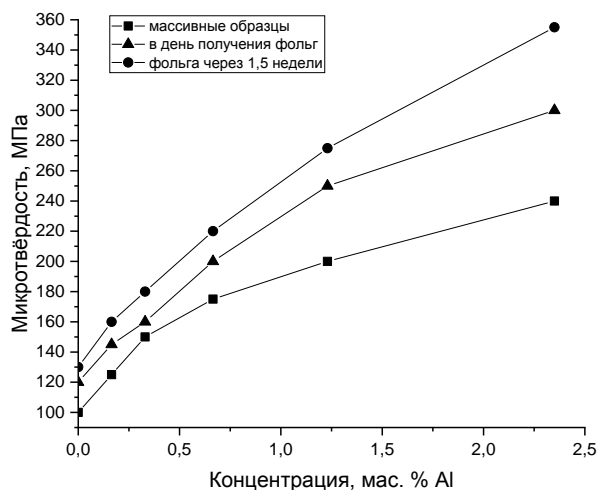


Рисунок 2 – Микротвёрдость фольг Sn-Al

Таким образом, быстрозатвердевшие фольги Sn-0,6 мас. % Al испытывают предкристаллизационное переохлаждение не менее 100 °С. Для них характерно формирование дисперсной микроструктурной структуры. Термическая обработка приводит к распаду пересыщенного твёрдого раствора.

#### Список использованных источников

1. Zernitsa, D. A. Study of the Structure and Properties of Rapidly Solidified Tin–Zinc Eutectic Alloys Doped with Antimony / D. A. Zernitsa, V. G. Shepelevich // *Inorganic Materials : Applied Research*. – 2023. – Vol. 14, № 1. – P. 86–95.
2. Васильев, В. А. Высокоскоростное затвердевание расплава (теория, технология и материалы) / В. А. Васильев, Б. С. Митин, И. Н. Пашков. – М. : Интермет инжиниринг, 1998. – 400 с.
3. Судзуки, К. Аморфные металлы / К. Судзуки, Х. Дудзимори, К. Хасимото. – М.: Металлургия, 1987. – 328 с.

УДК 539.12

А. В. ИВАШКЕВИЧ<sup>1</sup>, А. В. БУРЬИЙ<sup>1</sup>, Е. М. ОВСИЮК<sup>2</sup>,  
В. В. КИСЕЛЬ<sup>3</sup>, В. М. РЕДЬКОВ<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Институт физики им. Б. И. Степанова Национальной академии наук Беларуси (г. Минск, Беларусь)

<sup>2</sup> Мозырский государственный педагогический университет им. И. П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

<sup>3</sup> Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (г. Минск, Беларусь)

#### НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ В 39-КОМПОНЕНТНОЙ ТЕОРИИ ДЛЯ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ 2

Известная теория Паули – Фирца [1, 2] для поля со спином 2 основана на уравнениях второго порядка. Ф. И. Федоровым была разработана эквивалентная теория на основе уравнений первого порядка, при этом использовалась 39-компонентная полевая функция [3]; см. также [4]. Позднее им с соавторами была предложена более сложная 50-компонентная теория, которая описывает массивную частицу со спином 2, обладающую помимо электрического заряда аномальным магнитным моментом [5–16]. В 50-компонентной теории используется набор тензоров: скаляр, два вектора, симметричный тензор второго ранга, симметричный тензор третьего ранга и антисимметричный по одной паре индексов тензор третьего ранга.

Целью сделанной работы является анализ нерелятивистского приближения в 39-компонентной теории частицы со спином 2. Следует отметить, что ранее этот вопрос уже исследовался [11]. Было выведено нерелятивистское уравнение для 6-компонентной волновой функции и показано, что соответствующие связанные между собой 6 уравнений содержат только 5 независимых. В работе [11] применялся метод обобщенных символов Кронекера и формализм элементов полной матричной алгебры; кроме того, предполагалось использование метрики Минковского. К сожалению, все эти три подхода редко применяются в настоящее время.

В настоящей работе этот вопрос исследован заново. Используется вещественный метрический тензор, и не применяются два указанных формализма. При этом мы используем явный вид основных матриц размерности 39 основного уравнения, записанного в декартовых координатах с учетом внешних электромагнитных полей. Для выделения в полной волновой функции больших и малых переменных (с точки зрения нерелятивистского приближения) используются проективные операторы, строящиеся на основе минимального полинома для матрицы  $\Gamma^0$ . Разбиение на большие и малые переменные проведено в явном виде, в каждой группе найдены независимые переменные, а остальные выражены через них. В частности, среди больших переменных независимыми являются только 5.