

Задача 1

Петя и Маша коллекционируют видеокассеты. У Пети есть 30 комедий, 80 боевиков и 7 мелодрам, у Маши — 20 комедий, 5 боевиков и 90 мелодрам. Сколькими способами Петя и Маша могут обменяться тремя комедиями, двумя боевиками и одной мелодрамой?

Задача 2

Во время сессии в течение 20 дней, студенты одной группы должны сдать пять экзаменов. Сколькими способами можно составить расписание экзаменов, если:

- а) запрещается сдавать два экзамена в один день;
- б) между двумя экзаменами должен пройти хотя бы один день для подготовки?

Задача 3

В банке девять учредителей. Регистрационные документы хранятся в сейфе. Сколько замков должен иметь сейф и сколько ключей к ним нужно изготовить, чтобы доступ к содержимому сейфа был возможен только тогда, когда соберётся не менее шести учредителей?

Список использованной литературы

1. Теория вероятностей в примерах и задачах : учеб. пособие / В. А. Колемаев [и др.]. – М. : ГУУ, 2001. – 87 с.

ЭЛЕМЕНТАРНАЯ ТЕОРИЯ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ЯДРОМ АТОМА

Денисюк Николай (УО МГПУ им. И. П. Шамякина, Беларусь)

Научный руководитель – Т. В. Николаенко, канд. физ.-мат. наук, доцент

Процесс рассеяние электронов имеет множество применений в различных областях физики и технологии. Исследуя его, мы можем получить информацию о свойствах атомов и их строения.

На рисунке 1 представлена схема рассеяния электрона ядром атома.

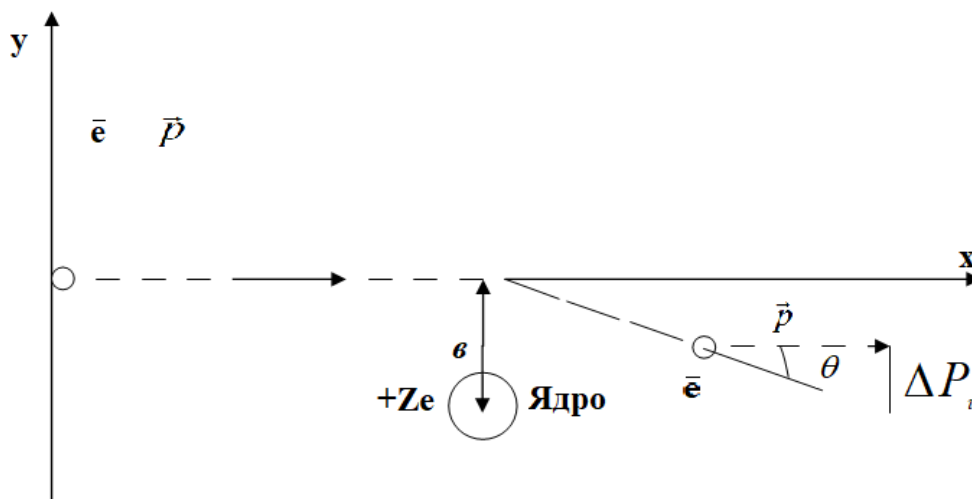


Рисунок 1 – Схема рассеяния электрона ядром атома зарядом $+Ze$

Если электрон высокой энергии проходит на расстоянии b (принципиальное расстояние) от ядра зарядом eZ , то он испытывает отклонение на угол θ . Из закона Кулона следует, что чем ближе электрон к ядру, тем больше действующая на него сила. При этом угол отклонения θ увеличивается. Рассчитаем зависимость θ от b . Следует заметить, что если электрон проникает в ядро, то он уже не испытывает большой кулоновской силы, т.к. заряд ядра распределён по поверхности сферы радиусом R . Тогда максимальный угол отклонения θ_{\max} соответствует $R = b$, т. е. радиусу сферы. Данный эффект связан с тем, что электрическое поле внутри сферы площадью $4\pi R^2 = 0$. Тогда радиус определяют, измеряя θ_{\max} . Пусть ΔP_y – изменение импульса электрона за счёт действия кулоновских сил. Согласно закону Ньютона, изменение импульса находится из соотношения:

$$\Delta P_y = \int F_y dt = e \int E_y dt = e \int E_y \frac{ds}{v}, \quad 1)$$

где E_y – напряженность электрического поля, действующая вдоль оси Y на электрон, v – линейная скорость электрона, ds – перемещение электрона за время dt . Для малых углов отклонения $ds \approx dx$, тогда получаем:

$$\Delta P_y = \frac{e}{v} \int E_y dx = \frac{e}{2\pi v b} \int E_y 2\pi b dx. \quad 2)$$

Здесь $2\pi b dx$ – площадь цилиндрического пояса радиусом b и высотой dx , т. е. $dS_{nl} = 2\pi b dx$. Поэтому:

$$\Delta P_y = \frac{e}{2\pi v b} \int E_y dS_{nl}. \quad 3)$$

Интеграл (6) берется по поверхности цилиндра, на оси которого находится ядро. Для вычисления интеграла в (6) воспользуемся теоремой Остроградского-Гаусса, то есть $\oint \vec{E} d\vec{S} = 4\pi k_0 Q_{внутр}$,

где $k_0 = 1/4\pi\epsilon_0$, $Q_{внутр}$ – заряд, размещенный на оси цилиндра. Поскольку $Q_{внутр} = eZ$, то получаем:

$$\Delta P_y = \frac{e}{2\pi b v} \cdot 4\pi k_0 \cdot Ze = \frac{2k_0 Ze^2}{bv}. \quad 4)$$

Из рис. 1 следует, что $\Delta P_y = P \cdot \operatorname{tg} \theta$, тогда получаем:

$$P \operatorname{tg} \theta = \frac{2k_0 Ze^2}{bv}.$$

Поэтому имеем:

$$b \approx \frac{k_0 Ze^2}{pv \cdot \operatorname{tg} \theta / 2}. \quad 5)$$

С помощью более сложных вычислений получим точную формулу, в которой следует выполнить замену $tg\theta/2 = tg(\theta/2)$. Получаем формулу [1]:

$$b = \frac{k_0 Z \cdot e^2}{p \cdot v \cdot tg(\theta/2)} \quad (6)$$

Если бы заряд ядра распределялся по поверхности сферы, то в формуле (6) следовало бы положить $b=R$, $\theta = \theta_{max}$, поэтому радиус ядра равен:

$$R = \frac{k_0 Z e^2}{P \cdot v \cdot tg(\theta_{max}/2)} \quad (7)$$

Для определения радиуса ядра мы применяем классическую механику. Определено, учёт волновой природы электрона приводит к тому, что он проникает также внутрь ядра (туннельный эффект), поэтому угол θ_{max} оказывается несколько выше.

Список использованной литературы

1. Орир, Дж. Физика = Physics : в 2-х т. / Дж. Орир. – М. : Мир, 1981. – Т. 1. – 336 с.
2. Орир, Дж. Физика = Physics : в 2-х т. / Дж. Орир. – М. : Мир, 1981. – Т. 2. – 288 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ К РЕШЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

**Дринеvская Наталья (УО МГПУ им. И. П. Шамякина, Беларусь)
Научный руководитель – М. И. Ефремова, канд. физ.-мат. наук, доцент**

Теория чисел является одной из старейших и наиболее фундаментальных областей математики. Она изучает свойства целых чисел и их взаимосвязи, а также методы их анализа. Применение теории чисел в решении математических задач находит реализацию в различных областях, включая криптографию, комбинаторику, теорию групп, исследование алгоритмов и многие другие.

Многие криптографические протоколы и алгоритмы базируются на свойствах больших простых чисел, таких как RSA. Например, RSA использует факторизацию больших чисел для создания безопасных ключей шифрования. В комбинаторике теория чисел может использоваться для решения задач, связанных с подсчетом объектов или перечислением комбинаторных структур. Теория чисел используется в разработке алгоритмов для решения различных задач оптимизации. Например, в задачах поиска наибольшего общего делителя или нахождения наименьшего общего кратного чисел. В теории графов теория чисел может быть использована для исследования различных свойств графов и их структур. Например, теорема Эйлера о плоских графах имеет тесную связь с теорией чисел. Теория чисел также применяется для анализа криптографических алгоритмов и разработки методов взлома. Например, атаки на RSA основаны на сложности факторизации больших чисел.