- Т.Г. Головина, Б.В. Набатов [и др.] // Кристаллография. 2015. Т. 60, № 6. C. 950-957.
- 12. Структура и оптические свойства кристаллов семейства лангасита  $(La_{1-x}Nd_x)_3Ga_5SiO_{14}$  (x=0,0.4,0.6,1) / Т.Г. Головина, А.Ф. Константинова, А.П. Дудка [и др.] // Кристаллография. – 2024. – Т. 69, № 2. – С. 290–302.
- 13. Измерение и расчет показателей преломления кристаллов семейства лангасита  $Sr_3NbFe_3Si_2O_{14}$ ,  $Ba_3NbFe_3Si_2O_{14}$ ,  $Ba_3TaFe_3Si_2O_{14}$  и связь оптической активности с особенностями распределения электронной плотности / А.Ф. Константинова, Т.Г. Головина, А.П. Дудка [и др.] // Кристаллография. – 2022. – Т. 67, № 6. – С. 963–970.
- 14. Анизотропия микротвердости и разрушения кристалла лангасита и структурная основа / Н.Л. Сизова, Т.Г. Головина, А.Ф. Константинова, А.П. Дудка // MARI Кристаллография. – 2021. – Т. 66, № 6. – С. 913–918.

УДК 531.226.1

## Г.В. Кулак<sup>1</sup>, В.И. Казаков<sup>2</sup>, П.И. Ропот<sup>3</sup>, О.В. Шакин<sup>2</sup>

 $^{1}$ Мозырский государственный педагогический университету имени И.П. Шамякина  $^2$ Государственный университет аэрокосмического приборостроения <sup>3</sup>Институт физики НАН Беларуси

### ДИФРАКЦИЯ ИГОЛЬЧАТЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ НА УЛЬТРАЗВУКЕ В ОДНООСНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Исследована брэгговская дифракция циркулярно поляризованных игольчатых световых пучков на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в кристаллах парателлурита. Показано, что при изменении угла конусности падающего на диафрагму бесселевого светового пучка достигается высокая эффективность дифракции ~90% для сформированного и падающего на акустооптическую ячейку игольчатого пучка. Установлено, что при увеличении длины акустооптического взаимодействия эффективность дифракции игольчатых световых пучков достигает максимального значения при меньших мощностях ультразвука.

Ключевые слова: игольчатый световой пучок, брэгговская дифракция света, дифракционная эффективность, одноосный кристалл.

Введение. В работе [1] показано, что для кольцевой апертуры светового поля с равномерным освещением длина фокальной области увеличивается по сравнению с обычными пучками. Метод формирования кольцевого пучка посредством аподизации апертуры светового поля рассмотрен в [2]. Особенности преобразования кольцевой структуры светового поля с использованием двухаксиконной схемы изучены в [3]. В работе [4] рассмотрены особенности формирования игольчатых световых пучков (ИП) с использованием аксиконной схемы и апподизирующей диафрагмы. ИП отличаются высокой интенсивностью, высокой разрешающей способностью и увеличенной глубиной фокусировки. Такие пучки, имеющие более удлиненную фокальную область по сравнению с гауссовыми, находят широкое применение в лазерных технологиях

для резки, сварки, гравировки и др. В работе [5] исследованы особенности брэгговской дифракции ограниченных световых пучков различных амплитудных распределений (гауссового, прямоугольного и лорентцевого) на ультразвуке. Показано, что дифракционная эффективность уменьшается при переходе от пучка прямоугольного профиля, падающего на акустооптическую (АО) ячейку, далее переходя к гауссовому и, наконец, к лорентцевому профилю. Отметим, что при этом использовалась двумерная теория связанных волн, естественным образом учитывающая сложное амплитудное распределение падающего светового пучка. В настоящей работе с использованием теории связанных волн исследуются особенности брэгговской дифракции ИП на ультразвуке. Во многих работах (см. напр. [6]) указано, что для отдельных срезов кристаллов теллура (Te) достижимо значение коэффициента АО качества  $M_2 \sim 500 \times 10^{-12} \text{c}^3/\text{kr}$ . При этом кристаллы Te перспективны для создания АО устройств в инфракрасной области оптического спектра.

На рисунке 1 представлена схема формирования ИП и анизотролной брэгговской дифракции циркулярно поляризованных световых пучков. Здесь гауссов пучок от лазерного источника проходит через систему двух аксиконов с различными преломляющими углами  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , причем  $\gamma_{1>}\gamma_2$ . За вторым аксиконом в области квазибездифракционного распространения формируется бесселев световой пучок (БСП), который при малых  $\Delta \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$  имеет широкий центральный максимум диаметром d по уровню нулевой интенсивности. На пути БСП расположен экран с круговой щелевой диафрагмой, причем край диафрагмы совпадает с первым нулем БСП. В результате за экраном формируется пучок в форме осевого максимума с нулевой интенсивностью по краю апертуры, который принято называть ИПУ[4].

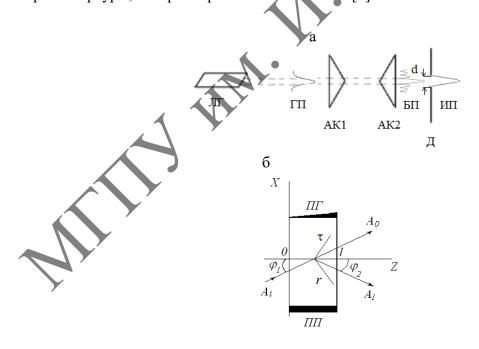


Рисунок 1 – а) Схема формирования ИП (ЛИ - лазерный источник), АК1 – аксикон с углом конусности γ<sub>1</sub>, АК2 – аксикон с углом конусности γ<sub>2</sub>, Д – диафрагма, БП – бесселев пучок, ИП – игольчатый пучок, d – размер щели). б) Схема АО взаимодействия БСП и УЗ волны (ПП – пьезопреобразователь, ПГ – поглотитель ультразвука, φ<sub>1</sub> и φ<sub>2</sub> – угол падения и дифракции соответственно)

Рассмотрим геометрию АО взаимодействия (рисунок 1), для которой УЗ волна распространяется в кристалле парателлурита под малым углом  $\delta$  к оси X и занимает пространство между плоскостями z=0 и z=l. Ось падающего ИП расположена в плоскости XZ под углом  $\varphi_1$  к фронту УЗ волны. Для рассматриваемой геометрии АО взаимодействия следует положить:  $\varphi_1 = \varphi_2 = \arcsin(\lambda_0 f/2n\upsilon)$ , где  $\lambda_0$  — длина световой волны в вакууме,  $n=(n_0+n_e)/2$  — средний показатель преломления кристалла ( $n_0$ ,  $n_e$  — обыкновенный и необыкновенный показатели преломления кристалла),  $\upsilon$  — фазовая скорость УЗ волны.

**Теоретические результаты и обсуждение.** В рамках двумерной теории связанных волн система связанных дифференциальных уравнений для комплексных амплитуд дифрагированных волн  $A_0(r)$ ,  $A_1(\tau)$  имеет вид [5]:

$$\frac{\partial A_0}{\partial \tau} + i\chi A_1 = 0, \frac{\partial A_1}{\partial r} + i\chi A_0 = 0, \tag{1}$$

где коэффициент связи дифрагированных волн  $\chi$  выражается через свертки тензора диэлектрической проницаемости  $\Delta \varepsilon_{ij} = -\varepsilon_{ik}\varepsilon_{lj}\,p_{klmn}U_{mn}$  ( $\varepsilon_{ij}$ , $U_{mn}$  – компоненты тензора диэлектрической проницаемости и тензора УЗ деформации,  $p_{klmn}$  – компоненты тензора фотоупругости) с векторами поляризации  $\vec{e}_0$ , $\vec{e}_1$  дифрагированных волн нулевого «0» и первого «1» порядка, то есть;  $\chi = k^2 (\vec{e}_0 \Delta \hat{z} \hat{e}_2)$ ,  $\tau = z \sin \varphi - x \cos \varphi$ ,  $r = z \sin \varphi + x \cos \varphi$ ;  $k = 2\pi n/\lambda_0$ . Если искать решение системы уравнений (1) методом Римана с использованием граничных условий:  $A_0(z=0) = A_{i0}$ ,  $A_1(z=0) = 0$ , то общее решение можно представить в виде:

$$A_{0}(r) = A_{i}(r) - \frac{1}{2} v \int_{-1}^{1} A_{i} \left[ r - l(1 - q) \sin \varphi \right] \frac{J_{1}\left(v\sqrt{1 - q^{2}}\right)}{\sqrt{1 - q^{2}}} dq,$$
 (2)

$$A_{\rm l}(\tau) = -i\frac{1}{2} \nu \int_{-1}^{+1} A_{i} \left[ l(1-q) \sin \varphi - \tau \right] J_{0} \left( \nu \sqrt{1-q^{2}} \right) dq, \tag{3}$$

где  $v=\chi l / kn^2\cos\varphi$  — индекс модуляции УЗ волной;  $J_0(x)$ ,  $J_1(x)$  — функции Бесселя первого рода, соответственно нулевого и первого порядка. При этом индекс модуляции выражается через коэффициент акустооптического качества  $M_2$ :  $v=\frac{2\pi}{\lambda_0\cos\varphi}\sqrt{\frac{M_2P_al}{2h}}$ , где  $P_a$  — мощность ультразвука, h — ширина пьезопреобразователя.

Выражения (2), (3) позволяют рассчитать амплитудное распределение дифрагированного ИП нулевого и первого порядка для любого уровня акустической мощности и широкого класса падающих световых пучков. Эффективность АО дифракции (η) определяется соотношением

$$\eta = \frac{\int_{-\tau_{1}}^{+\tau_{1}} |A_{1}(\tau)|^{2} d\tau}{\int_{-\tau_{1}}^{+\tau_{1}} |A_{0}(\tau)|^{2} d\tau + \int_{-\tau_{1}}^{+\tau_{1}} |A_{1}(\tau)|^{2} d\tau}.$$
(4)

Численные расчеты проводились для АО дифракции излучения с длиной волны  $\lambda_0$ =532 нм на медленной сдвиговой УЗ волне, распространяющейся под малым углом  $\delta$ <<1 к оси [110] одноосного гиротропного кристалла парателлурита ( $TeO_2$ ). Полагалось, что коэффициент АО качества для циркулярно-поляризованной падающего волнового пучка равен [7]:  $M_2$ =793·10<sup>-18</sup>c<sup>3</sup>/г. В соответствии со схемой, представленной на рисунке 1а, бесселев световой пучок нулевого порядка на выходе второго аксикона имеет вид

$$A_i(r) = A_{ni}J_0(qr), \tag{5}$$

где  $q=(2\pi/\lambda)\sin\Delta\gamma$ , причем  $\lambda=\lambda_0/n$ ; полагается, что относительное изменение угла конусности системы из двух аксиконов составляет  $\Delta\gamma/\gamma=10^{-2}$ , где  $\Delta\gamma=\gamma_2-\gamma_1$ . Пределы интегрирования в выражении (4) находились из условия достижения первого нуля функции Бесселя (5), то есть  $qr_1=2,4$ , тогда  $r_1=1,2\lambda/\pi\sin(\Delta\gamma)$ . При интегрировании в (4) полагалось, что  $r_1$ = $\tau_1$ . Как следует из рисунка 2а, диаметр диафрагмы  $d=2r_1$ , причем величина  $r_1$ ~ 1 мм. Для эффективной АО дифракции ИП необходимо, чтобы выполнялось соотношение:  $\Delta\gamma \leq \lambda f/2\upsilon$  (f— центральная частота источника УЗ волны,  $\upsilon$  — фазовая скорость УЗ волны), то есть угловая расходимость светового пучка должна быть меньше, чем угловая ширина брэгговского синхронизма [8].

На рисунке 2 представлены амплитудные пространственные распределения бесселевого светового пучка.

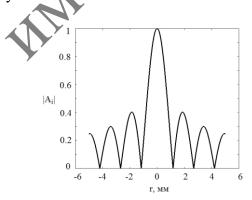


Рисунок 2 — Зависимость амплитуды ( $A_i$ ) бесселевого светового пучка от поперечной координаты r ( $\Delta\gamma=0.01^o$ ,  $\lambda_0$ =532 нм

На рисунке 3 для ИП представлена зависимость дифракционной эффективности  $\eta$  от мощности ультразвука  $P_a$ , рассчитанная по формуле (4), при различных значениях длины АО взаимодействия l.

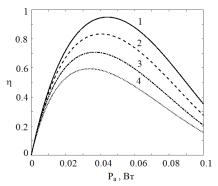


Рисунок 3 — Зависимость эффективности дифракции ИП  $\eta$  от мощности ультразвуковой волны  $P_n$  при различных длинах АО взаимодействия l: 1-5. 2-10 , 3-15, 4-20 мм (кристалл TeO<sub>2</sub>,  $\lambda_0$ =532 нм,  $M_2$ =793·10<sup>-18</sup>c<sup>3</sup>/г, h=4 мм, w=1 мм,  $\varphi$ =1°,  $\Delta \gamma$ =1°)

Максимальное значение дифракционной эффективность  $\eta=95\%$  достигает, например, при l=1 мм для мощности УЗ  $P_a=0.043$  Вт. При увеличении длины АО взаимодействия величина мощности УЗ, при которой достигается максимальная эффективность дифракции смещается в сторону меньших УЗ мощностей.

Зависимость эффективности дифракции  $\eta$  ИП от мощности ультразвука  $P_a$  при различных  $\Delta \gamma = \gamma_2 - \gamma_1$  представлена на рисунке 4.

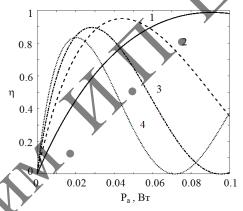


Рисунок 4 — Зависимость эффективности дифракции ИП  $\eta$  от мощности ультразвуковой волны  $P_a$  при различных углах  $\Delta \gamma$ : 1-0,01°. 2-0,02°, 3-0,03°, 4-0,04° (кристалл TeO<sub>2</sub>,  $\lambda_0$ =532 нм,  $M_2$ =793·10<sup>-18</sup>c<sup>3</sup>/г, h=4 мм, l= 10 мм,  $\phi$ =1°)

Максимальное значение дифракционной эффективность  $\eta$ =98% достигает, например, при  $\Delta \gamma$ =0,01° для мощности УЗ  $P_a$ =0,093 Вт. При увеличении угла конусности  $\Delta \gamma$  величина мощности УЗ, при которой достигается максимальная эффективность дифракции смещается в сторону меньших УЗ мощностей. При этом, однако, максимальное значение эффективности дифракции снижается до 82% при  $\Delta \gamma$ =0,04°.

Заключение. В работе теоретически исследована брэгговская дифракция циркулярно поляризованных игольчатых световых пучков на медленной сдвиговой ультразвуковой волне в кристаллах парателлурита. Показано, что при изменении угла конусности, падающего на диафрагму бесселевого светового пучка, в условиях выделения центральной части пучка достигается высокая эффективность дифракции ~82–98% для сформированного падающего на акустооптическую ячейку ИП. Следует

отметить, что аналогичные особенности АО взаимодействия могут наблюдаться в кристаллах теллура в инфракрасном диапазоне спектра [6].

#### Список использованных источников

- 1. Linfoot, E.H. Diffraction Images in Systems with an Annular Aperture / E.H. Linfoot, E. Wolf // Proceedings of the Physical Society. Section B. − 1953. − V. 66, № 2. − P. 145.
- 2. Wolford, W.T. Use of Annular Aperture to Increas Focal Depth / W.T. Wolford // Journal of the Optical Society of America. − 1960. − V. 50, № 8. − PP. 749–753.
- 3. Формирование бесселевых световых пучков на больших расстояниях из кольцевых полей / Н.А. Хило, П.И. Ропот, П.К. Петров, В.Н. Белый // Известия НАН Беларуси. Сер. физ.-мат. наук. -2022. Т. 58, № 1. С. 90-100.
- 4. Grunwaild, R. Needle beams: a review / R. Grunwaild, M. Bock // Advances in Physics: X. 2020. Vol. 8, № 1. 1736950 https: // doi.org/10.1080/23746149.2020.1736950.
- 5. Белый, В.Н. Дифракция световых пучков на затухающих ультразвуковых волнах в оптически изотропных средах / В.Н. Белый, И.Г. Войтенко, Г.В. Кулак // Журнал прикладной спектроскопии. -1992. Т. 56, № 5-6. С. 831–836.
- 6. Исследование акустооптических характеристик кристаллов теллура в режиме анизотропной дифракции / В.И Балакший., В.Б. Волопинов, Г.А. Князев, Л.А. Кулакова // ЖТФ. -2008. Т. 78, В. 10. С. 87–95.
- 7. Блистанов, А.А. Кристаллы квантовой и нелинейной оптики / А.А. Блистанов. М. : МИСИС, 2000. 431 с.
- 8. Балакший, В.И. Физическое основы акустооптики / В.И. Балакший, В.И. Парыгин, Л.Е. Чирков. М. : Радио и связь, 1985. 279 с.

УДК 535.326

#### Г.В. Кулак, Т.В. Николаенко, Л.А. Тозик

Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина

# РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТОВЫХ ВОЛН В ТРЕХМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ S<sub>i</sub>/S<sub>i</sub>O<sub>2</sub>

Развита теория распространения световых волн в трехмерных фотонных кристаллах методом преобразования Фурье в аналитической форме. Установлены дисперсионные зависимости и комплексные векторные амплитуды блоховских волн трехмерного фотонного кристалла. Показано, что в кристаллической структуре кристалла  $S_i/S_iO_2$  плотность потока световой мощности для s-поляризованной волны в 2,5 раза больше, чем для p-поляризованной волны.

**Ключевые слова:** трехмерный фотонный кристалл, дисперсионная зависимость, функция Блоха, плотность потока мощности.

**Введение.** Наличие в веществе периодической структуры (фотонный кристалл (ФК)), имеющей период, близкий к длине электромагнитной волны, приводит к формированию в системе разрешенных для распространения волн зон и запрещенных фотонных зон [1].