

Из рисунка 2 следует, что при увеличении параметра ξ происходит уменьшение фотоупругой постоянной p_{46} для $N_0 = 10^{16}$, $N_0 = 1,2 \cdot 10^{16}$, $N_0 = 1,3 \cdot 10^{16}$ вплоть до значения -0.1 . Для $N_0 = 1,4 \cdot 10^{16}$ величина p_{46} достигает минимального значения (нуль) при $\xi \approx 0$ и $\xi \approx 0.8$. Величина p_{46} достигает максимального отрицательного значения соответствующего включениям игольчатой формы ($\xi \gg 1$). Малым значениям $\xi < 1$ соответствуют включения чешуйчатой формы, когда p_{46} принимает максимальные положительные значения ~ 0.7 для $N_0 = 10^{16}$, $N_0 = 1,2 \cdot 10^{16}$, $N_0 = 1,3 \cdot 10^{16}$. Поведение фотоупругих постоянных p_{26} и p_{36} , в условиях оптимальных углов поворота α , имеет аналогичный характер.

Заключение. Определены фотоупругие параметры фотонных кристаллов для несимметричных включений с использованием матрицы поворота частиц среды в поле сдвиговой ультразвуковой волны. Расчет несимметричной части компонент тензора фотоупругих постоянных проведен на основе модели Нельсона-Лэкса и матрицы поворота частиц эллипсоидальной формы. Показано, что существуют оптимальные углы поворота α эллипсоидальных частиц, при которых фотоупругая постоянная достигает максимального значения. Фотоупругая постоянная p_{46} достигает максимального значения при $\alpha = [(2m+1)/4 - 1/8]\pi$, где $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$; постоянная p_{26} – при $\alpha = [m/2 + 1/4]\pi$; постоянная p_{36} – при $\alpha = \pi m/2$. Показано, что величина p_{46} достигает максимального отрицательного значения ($\sim -0,1$) соответствующего включениям игольчатой формы ($\xi \gg 1$). Малым значениям $\xi < 1$ соответствуют включения чешуйчатой формы, когда p_{46} принимает максимальные положительные значения $\sim 0,7$.

Список использованных источников

1. Пустовойт, В.И. Акустооптические свойства метаматериалов / В.И. Пустовойт // Физические основы приборостроения. – 2015. – Т. 4, № 2(15). – С. 76–85.
2. Ораевский, А.Н. Оптические свойства гетерогенных сред / А.Н. Ораевский, И.Е. Проценко // Квант. электрон. – 2001. – Т. 31, № 3. – С. 252–256.
3. Дьельсан, Э. Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов / Э. Дьельсан, Д. Руайе. – М.: Наука, 1982. – 424 с.
4. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М.: Мир, 1987. – 616 с.

УДК 534.241:534

Г.В. Кулак, Т.В. Николаенко, Л.А. Тозик

Мозырский государственный педагогический университет имени И.П. Шамякина

ФОТОУПРУГИЕ СВОЙСТВА МЕТАМАТЕРИАЛОВ, ВОЗМУЩЕННЫХ ПРОДОЛЬНОЙ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ

Выявлены фотоупругие параметры метаматериала, включающего матрицу и периодические включения инородного материала эллиптической формы с использованием модели Лорент-Лоренца и Максвелла-Гарнета. Для продольных ультразвуковых волн найдены отличные от нуля компоненты тензора фотоупругих постоянных p_{11} , p_{21} и p_{31} . Показано, что для фотоупругой среды на основе матрицы из кристалла Si и эллипсоидальных включений из кристалла SiO₂ возможно значительное увеличение фотоупругих постоянных при переходе от включений чешуйчатой формы к включениям игольчатой формы. Увеличение фотоупругих постоянных с возрастанием концентрации включений имеет место, в основном, для включений игольчатой формы.

Ключевые слова: композитная среда, метаматериал, фотоупругий эффект, продольная ультразвуковая волна.

Введение. В настоящее время для конструирования акустооптических (АО) устройств с улучшенными или ранее недостижимыми характеристиками используют искусственные периодические или квазипериодические структуры: фотонные кристаллы и метаматериалы [1; 2]. Для применений таких сред в акустооптике необходимо, чтобы при распространении в них ультразвуковых (УЗ) волн, происходило изменение их диэлектрических свойств (диэлектрической проницаемости) [3; 4]. Во многих случаях внедрение инородных материалов (металлических или диэлектрических) в матрицу ранее слабо-фотоупругой среды приводит к значительному изменению (увеличению) их фотоупругих параметров [5]. При распространении в упругой среде продольной УЗ волны, сопровождающейся сжатием и разряжением локальных объемов среды, происходит локальное изменение концентрации наночастиц среды. При этом имеет место изменение диэлектрической проницаемости, то есть показателя преломления материала. Данный эффект имеет место для включений в матрицу материала любой формы, например, шарообразной или эллипсоидальной.

Теоретические результаты и обсуждение. Рассмотрим композитную среду с диэлектрической проницаемостью ε_c , в которую внедрены наночастицы с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_b = \varepsilon_b' + i\varepsilon_b''$, где ε_b' (ε_b'') – действительная (мнимая) части диэлектрической проницаемости. Здесь, в общем случае, предполагается, что металлические включения обладают поглощающими оптическими свойствами. В таких условиях предполагается, что включения в виде эллипсоидов вращения имеют размеры существенно меньшие длины световой волны λ ($\lambda \ll a, b$, где b и a – большая и малая оси эллипсоидов вращения). В такой модели предполагается, что оси эллипсоидов ориентированы определенным образом. При $a=b$ композитный материал обладает сферическими включениями.

Для установления диэлектрических свойств метаматериалов используют различные модели: Максвелла-Гарнета, Брутгемана, Бергмана и др. [4]. При использовании статистической модели Максвелла-Гарнета диэлектрическая проницаемость ε удовлетворяет соотношению [1]:

$$(\varepsilon - \varepsilon_c) [\varepsilon_b + l(\varepsilon_b - \varepsilon_c)] - \eta(\varepsilon_b - \varepsilon_c) [l(\varepsilon - \varepsilon_c) + \varepsilon_c] = 0, \quad (1)$$

где $\eta(\vec{r}, t)$ – объемная доля включений материала. Для эллипсоидальных включений следует полагать

$$\eta(\vec{r}, t) = \frac{4}{3} \pi a^2 b N(\vec{r}, t), \quad (2)$$

где $N(\vec{r}, t)$ – локальное число включений в единице объема вещества, l – коэффициент деполяризации, выражаемый через отношение полуосей эллипса $\xi = a/b$.

Коэффициент деполяризации различен для различных поляризаций падающей на материал световой волны. Если световая волна имеет поляризацию вдоль оси вращения эллипсоида, то она характеризуется коэффициентом деполяризации $l_{||}$ и если волна поляризована ортогонально оси вращения, то она характеризуется коэффициентом деполяризации l_{\perp} . При этом выполняются соотношения:

$$l_{||} = \left(1 - \xi \arcsin \sqrt{1 - \xi^2} / \sqrt{1 - \xi^2} \right) / \sqrt{1 - \xi^2}, \quad (3)$$

$$l_{\perp} = \left[1 - \left(1 - \xi \arcsin \sqrt{1 - \xi^2} / \sqrt{1 - \xi^2} \right) / \sqrt{1 - \xi^2} \right] / 2.$$

Решение уравнения (1) относительно $\varepsilon_{||}$ и ε_{\perp} имеет вид:

$$\varepsilon_{||,\perp} = \varepsilon \left[l_{||,\perp} - 1 \right] (\eta - 1) \varepsilon_c + (l_{||,\perp} + \eta - l_{||,\perp} \eta) \varepsilon_b \left\{ [1 - l_{||,\perp} (\eta - 1)] \varepsilon_c - l_{||,\perp} (\eta - 1) \varepsilon_b \right\}^{-1}. \quad (4)$$

В простой модели фотоупругой среды Лорентц-Лоренца компоненты тензора фотоупругости композитной среды выражаются соотношением [6]:

$$p_{||,\perp} = \frac{(\varepsilon_{||,\perp} + 2)(\varepsilon_{||,\perp} - 1)}{3\varepsilon_{||,\perp}^2}. \quad (5)$$

Предположим, что продольная УЗ волна с вектором смещений $\vec{u}(x, t)$ распространяется вдоль оси X , то есть

$$\vec{u}(x, t) = \vec{u}_0 \exp[i(Kx - \Omega t)], \quad (8)$$

где \vec{u}_0 – амплитуда УЗ волны; $K = \Omega/v_l$, причем v_l – фазовая скорость продольной УЗ волны, Ω – круговая частота. В рассматриваемой модели упругой среды полагается, что модули упругости включений композитной среды таковы, что под действием УЗ волны их деформации не происходят.

В поле продольной УЗ волны объемные доли включений частиц среды эллиптической формы изменяются в соответствии со следующим соотношением:

$$\eta(x, t) = \eta_0 + \Delta\eta(x, t) = \frac{4\pi}{3} a^2 b [N_0 + \Delta N(x, t)], \quad (9)$$

где N_0 – среднее значение концентрации частиц среды по объему композитной среды в поле УЗ волны. Величина ΔN находится из уравнения непрерывности для упругой среды [8]:

$$\frac{\partial \Delta N}{\partial t} + \text{div}[\vec{v}(x, t) N_0] = 0, \quad (10)$$

где $\vec{v}(x, t) = \partial \vec{u} / \partial t$ – локальная скорость частиц среды в УЗ волне. Решение уравнения (10) с учетом (8) имеет вид:

$$\Delta N(x, t) = -i \Delta N_0 \exp[i(Kx - \Omega t)], \quad (11)$$

где $\Delta N_0 = u_0 N_0 \Omega / v_l$ – амплитуда изменения концентрации частиц среды в поле УЗ волны, пропорциональное амплитуде деформации УЗ волны $S_0 = K u_0$.

Из выражений (9), (11) следует, что относительное изменение объемной доли включений $\Delta\eta$ дается соотношением:

$$\Delta\eta = \frac{4\pi}{3} a^2 b N_0 S_0 \exp[i(Kx - \Omega t)], \quad (12)$$

При выводе формулы (12) полагалось выполнение соотношений вида: $\Lambda \gg a, b$, где Λ – длина УЗ волны. Добавку к тензору диэлектрической проницаемости композитной среды в поле УЗ волны находим из соотношения:

$$\Delta\epsilon_{\perp, \parallel} = \frac{\partial \epsilon_{\perp, \parallel}}{\partial \Delta\eta} \Delta\eta. \quad (13)$$

Тогда с учетом соотношения (4) получим следующие соотношения [1]:

$$\Delta\epsilon_{\perp, \parallel} = \epsilon_c (\epsilon_c - \epsilon_e) \Delta\eta \left\{ \epsilon_c (l_{\perp, \parallel} - 1) - \epsilon_e l_{\perp, \parallel} \right\} \left\{ \epsilon_c \left[1 + l_{\perp, \parallel} (\eta_0 - 1) \right] - (\eta_0 - 1) l_{\perp, \parallel} \epsilon_e \right\}^{-1} \quad (14)$$

Рассмотрим схему метаматериала в форме периодического расположения включений эллипсоидальной формы (фотонный кристалл). Будем полагать, что УЗ волна распространяется вдоль оси X и падающая световая волна также распространяется вдоль той же оси и поляризована вдоль осей Y или Z в системе координат XYZ. Тогда оси вращения эллипсоидальных включений ориентированы вдоль оси Y.

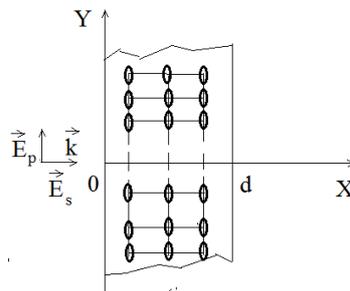


Рисунок 1 – Схема фотонного кристалла с эллипсоидальными включениями

Световая волна s-поляризации характеризуется компонентой тензора диэлектрической проницаемости ϵ_{\perp} , а волна p-поляризации компонентой ϵ_{\parallel} . Тогда оптическая ось среды с искусственной одноосной анизотропией направлена вдоль оси Z. Если $\epsilon_{\parallel} > \epsilon_{\perp}$, то композитная среда соответствует оптически положительному кристаллу; если $\epsilon_{\parallel} < \epsilon_{\perp}$, то среда соответствует оптически отрицательному

кристаллу. Изменения компонент тензора диэлектрической проницаемости метаматериала в поле продольной УЗ волны даются соотношениями: $\Delta\varepsilon_{11} = \Delta\varepsilon_{22} = \Delta\varepsilon_{\perp}$, $\Delta\varepsilon_{33} = \Delta\varepsilon_{\parallel}$.

В соответствии с теорией Поккельса изменение тензора диэлектрической проницаемости в поле продольной УЗ волны находим из соотношения [7]:

$$\Delta\varepsilon_{il} = -\varepsilon_{ij} p_{jkmn} \varepsilon_{kl} S_{mn}, \quad (15)$$

где p_{jkmn} – компоненты тензора фотоупругих постоянных, S_{mn} – компоненты тензора деформаций. Тогда для компонент p_{jkmn} имеем следующие уравнения:

$$\Delta\varepsilon_{11} = -\varepsilon_{11}^2 p_{1111} S_{11}, \Delta\varepsilon_{22} = -\varepsilon_{11}^2 p_{2211} S_{11}, \Delta\varepsilon_{33} = -\varepsilon_{33}^2 p_{3311} S_{11}. \quad (16)$$

Здесь $S_{mn} \equiv S_{11}(\vec{u} \parallel X, \vec{K} \parallel X)$.

С учетом соотношения (16) получаем следующие соотношения для компонент тензора фотоупругих постоянных в двухиндексных обозначениях ($11 \rightarrow 1, 22 \rightarrow 2, 33 \rightarrow 3$):

$$p_{11} = \frac{\Delta\bar{\eta}(\varepsilon_c - \varepsilon_g) \{ \varepsilon_c(l_{\perp} - 1) - \varepsilon_g l_{\perp} \} \{ [1 + l_{\perp}(\eta - 1)] \varepsilon_c + l_{\perp}(1 - \eta) \varepsilon_g \}^2}{\varepsilon_c \{ \varepsilon_c [1 + l_{\perp}(\eta - 1)] - (\eta - 1) l_{\perp} \varepsilon_g \} \{ \varepsilon_c(l_{\perp} - 1)(\eta - 1) + \varepsilon_g(l_{\perp} + \eta - 1) \eta \}^2}, \quad p_{21} = p_{11},$$

$$p_{31} = p_{11}(l_{\perp} \rightarrow l_{\parallel}), \quad (17)$$

где $\Delta\bar{\eta} = (4\pi/3)a^2bN_0$.

Из выражений (17) следует, что при увеличении параметра ξ происходит увеличение фотоупругой постоянной p_{11} от минимального значения соответствующего, например, кристаллу кремния (Si) до максимального значения соответствующего, например, включениям шарообразной формы ($\xi \approx 1$) из кварца (SiO₂). Малым значениям $\xi < 1$ соответствуют включения чешуйчатой формы. При дальнейшем увеличении ξ имеет место незначительный рост фотоупругой постоянной p_{11} . Значительным величинам $\xi \gg 1$ соответствуют включения игольчатой формы. С увеличением концентрации включений из SiO₂ происходит увеличение фотоупругой постоянной p_{11} . При этом, однако, значительный рост наблюдается лишь для включений игольчатой формы. Аналогичные зависимости имеют место для фотоупругих постоянных p_{21} и p_{31} .

Вывод. Показано, что при переходе от включений чешуйчатой формы к включениям игольчатой формы и увеличении их концентрации в поле продольной ультразвуковой волны происходит увеличение фотоупругих постоянных метаматериала по сравнению с исходным материалом, не содержащим включений.

Список использованных источников

1. Пустовойт, В.И. Акустооптические свойства метаматериалов / В.И. Пустовойт // Квант. электрон. – 2016. – Т. 46, № 2. – С. 155–158.
2. Белокопытов, Г.В. Акустооптическое взаимодействие в двумерных фотонных кристаллах: эффективность дифракции Брэгга / Г.В. Белокопытов, З.А. Пятаков // Опт. и спектр. – 2011. – Т. 110, № 4. – С. 636–644.
3. Ораевский, А.Н. Оптические свойства гетерогенных сред / А.Н. Ораевский, И.Е. Проценко // Квант. электрон. – 2001. – Т. 31, № 3. – С. 252–256.
4. Головань, Л.А. Оптические свойства нанокompозитов на основе пористых систем / Л.А. Головань, В.Ю. Тимошенко, П.К. Кашкаров // Успехи физических наук. – 2007. – Т. 177, № 6. – С. 619–638.
5. Пятаков, З.А. Акустооптическая эффективность двумерных фотонных кристаллов / З.А. Пятаков, Г.В. Белокопытов // Письма в ЖТФ. – 2011. – Т. 37, В. 1. – С. 3–10.
6. Кайно, Г. Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов / Г. Кайно. – М.: Мир. 1990. – 652 с.
7. Ярив, А. Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх. – М.: Мир, 1987. – 616 с.
8. Пустовойт, В.И. Акустооптические свойства метаматериалов / В.И. Пустовойт // Физические основы приборостроения. – 2015. – Т. 4, № 2 (15). – С. 76–85.