

**М. И. ЕФРЕМОВА, А. С. ТУКАЧ**  
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

### ОПЕРАТОРЫ ЗАМЫКАНИЯ НА КЛАССАХ $n$ -АРНЫХ ГРУПП

Система  $\langle X, ( ) \rangle$  с одной  $n$ -арной операцией  $( )$  называется  $n$ -арной группой [1], если эта операция ассоциативна и в  $X$  разрешимо каждое из уравнений  $(a_1 \dots a_{i-1} x a_{i+1} \dots a_n) = a$ , где  $i$  пробегает  $1, 2, \dots, n$ .

Пусть  $\mathfrak{X}$  и  $\mathfrak{M}$  – произвольные классы  $n$ -арных групп. Напомним [3], что оператор  $C$  называется: 1) оператором расширения, если  $\mathfrak{X} \subseteq C\mathfrak{X}$ ; 2) идемпотентным оператором, если  $C\mathfrak{X} = C(C\mathfrak{X})$ ; 3) монотонным оператором, если выполняется следующее условие: если  $\mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{M}$ , то  $C\mathfrak{X} \subseteq C\mathfrak{M}$ . Оператор  $C$  называется [3] оператором замыкания, если он является одновременно монотонным, идемпотентным и оператором расширения.

Пусть  $\mathfrak{X}$  – произвольный класс  $n$ -арных групп. Сопоставим с каждой  $n$ -арной группой  $G$  некоторую систему ее подгрупп  $\tau(G)$ . Мы будем говорить, следуя [2], что  $\tau$  – подгрупповой  $\mathfrak{X}$ -функтор, если выполняются следующие условия: 1)  $G \in \tau(G)$  для любой  $n$ -арной группы  $G \in \mathfrak{X}$ , 2) для любого эпиморфизма  $\varphi: A \rightarrow B$ , где  $A, B \in \mathfrak{X}$  и для любых  $n$ -арных групп  $H \in \tau(A)$  и  $T \in \tau(B)$  имеет место  $H^\varphi \in \tau(B)$  и  $T^{\varphi^{-1}} \in \tau(A)$ .

Если  $\mathfrak{H}$  – подкласс в  $\mathfrak{X}$ , то, следуя [3], через  $\mathfrak{H}\mathfrak{X}$  будем обозначать класс всех гомоморфных образов всех  $n$ -арных групп из  $\mathfrak{H}$ . Введем еще один оператор на классах  $n$ -арных групп. Через  $P_\tau \mathfrak{H}$  обозначим класс всех таких  $n$ -арных групп  $G \in \mathfrak{X}$ , что  $G/M_G \in \mathfrak{H}$  для любой  $M \in \tau(G) \setminus \{G\}$ . По определению,  $G \in P_\tau(\mathfrak{H})$ , если  $\tau(G) = \{G\}$ .

Доказана следующая теорема.

**Теорема.** Для любого класса  $n$ -арных групп  $\mathfrak{H} \subseteq \mathfrak{X}$

- 1) оператор  $\mathfrak{H}$  является оператором замыкания,
- 2) оператор  $P_\tau \mathfrak{H}$  является оператором замыкания.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Русаков, С.А. Алгебраические  $n$ -арные системы: Силовская теория  $n$ -арных групп / С.А. Русаков. – Минск: Наука і тэхніка, 1992. – 264 с.
2. Скиба, А.Н. Алгебра формаций / А.Н. Скиба. – Минск: Беларуская навука, 1997. – 240 с.
3. Шеметков, Л.А. Формации алгебраических систем / А.Н. Скиба. – М.: Наука, 1989. – 254 с.