Л. А. ИВАНЕНКО, Л. С. АКТЕМИРОВА
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ПРИМЕНЕНИЕ ПРИНЦИПА Д. ПОЙЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В АМЕРИКАНСКОЙ ШКОЛЕ

Применение положительного педагогического опыта математического образования передовых стран является одним из эффективных способов совершенствования образовательного процесса. В Соединенных Штатах существует своя система образования, складывавшаяся не одно столетие. При этом она практически ничем не похожа на системы других государств. Поэтому подобная образовательная система и представляет интерес.

Американское общество стало уделять серьезное внимание математическому образованию, начиная с 60-х годов XX столетия. Исследования американских педагогов показывают, что одной из главных причин отставания в области математического образования является отсутствие у американских школьников понимания ценности и значимости математики в решении практических, реальных жизненных проблем. Большинство американских школьников видят в математике лишь однообразный тренаж по подготовке к тестам и бессмысленную зубрежку большого количества формул и теорем.

В 1989 году американскими учеными-педагогами был разработан Стандарт по математике с 1 по 12 класс школы. В 2000 году произошло его обновление. Стандарт-89 состоит из трех частей: процессуальная, содержательная и оценочная части. Процессуальная часть стандарта является общей для всех ступеней американской школы: элементарной или начальной (1–4 классы), средней (5–8 классы) и старшей (9–12 классы). Она содержит конкретизацию цели формирования математической грамотности по следующим четырем позициям: решение задач, коммуникативные умения, логическое мышление, прикладные умения.

Позиция «*решение задач*» предполагает формирование у школьников умений анализировать проблемную ситуацию, собирать необходимые данные для разрешения проблемной ситуации, формулировать проблему, использовать различные приемы решения задач (с акцентом на решении многошаговых и нестандартных задач), интерпретировать результат решения проблемы, обобщать решение для анализа и решения новой проблемы, проверять правильность решения.

Немаловажное значение составители стандарта придают развитию логического мышления учащихся, а именно: формированию умений индуктивного и дедуктивного рассуждения, умений и приемов визуального мышления, умений выдвигать гипотезы и строить предположения, оценивать аргументированные рассуждения (как других людей, так и свои собственные), критического мышления, грамотного использования противоречий и контрпримеров.

В решении задач в основном используется принцип Д. Пойя, который внес фундаментальный вклад в развитие математического образования в целом и теорию решения математических задач, в частности, не только в США, но и во всем мире.

Общая схема решения задач Д. Пойя включает в себя 4 основных этапа: понять задачу; составить план её решения; реализовать план; проверить решение.

В свою очередь, каждый этап состоит из совокупности эвристических вопросов и приемов. На первом этапе учащийся должен понять, что дано в задаче, что требуется найти, суметь переформулировать условие своими словами. Необходимо выяснить, достаточно ли информации в задаче или она избыточна, решалась ли аналогичная задача ранее.

При составлении плана решения задачи (второй этап) учащиеся могут воспользоваться следующими методами эвристики: подбора, введения переменной, поиска закономерности, перебора, упрощения, графическим, численным, аналогии, уравнений, координат, симметрии, моделирования и т. д.

На этапе реализации плана решения целенаправленно используй те эвристики, которые были выбраны на предыдущем этапе.

Этап проверки решения – последний по порядку, но далеко не последний по значению. От этого этапа во многом зависит правильность решения задачи. Он предполагает проверку наличия посторонних корней и решений, восстановление упущенных корней, уточнение размерности полученного в ответе значения, проверку вычислений на наличие возможных ошибок из-за невнимательности и т. д. На данном этапе полезно проверить соответствие полученного результата условию задачи, поискать другой, более рациональный, способ её решения, обобщить полученное решение на другие случаи.

Рассмотрим в качестве иллюстрации использование метода подбора для решения задачи: расположить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 в треугольнике, изображенном на рисунке, так, чтобы сумма соответствующих трех чисел на каждой стороне треугольника была равна 12.

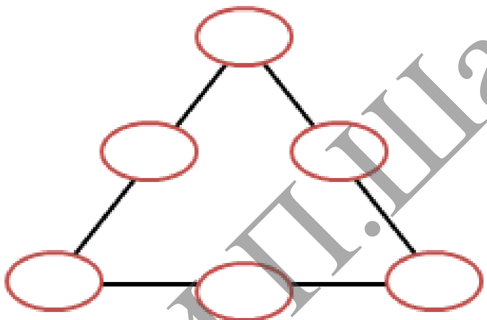

Рисунок – Числовой треугольник

Решение: Рассмотрим три разновидности данной эвристики:

- случайный подбор;
- последовательный подбор;
- целенаправленный подбор.

При использовании случайного подбора решение осуществляется путем проб и ошибок: сначала проверяется одна произвольная комбинация, затем – другая и до тех пор, пока случайным образом не будет найдено правильное расположение чисел в треугольнике. Последовательный подбор предполагает начало решения задачи не с произвольной комбинации, а с последовательного анализа условия задачи. Например, допускается, что в вершину треугольника записывается число 1, тогда сумма двух других чисел на соответствующих сторонах треугольника должна составлять 11, чтобы их общая сумма была равна 12. Из оставшихся чисел 11 можно составить только одним способом: 5+6. Так как нам необходимо два способа такого представления, то, значит, данный вариант исключается. Далее проверяется случай, когда в вершине треугольника записывается число 2, затем – 3 и т. д. Целенаправленный подбор отличается от предыдущих случаев тем, что те или иные комбинации подбираются, исходя из определенного принципа: например, расположение малых чисел 1, 2, 3 либо в вершинах треугольника, либо на его сторонах. Тем самым, целенаправленный подбор значительно сокращает количество проб и комбинаций.

Метод подбора эффективен в тех случаях, когда: достаточно прозрачна и понятна идея решения; в задаче содержится конечное (небольшое) количество вариантов поиска решения; при помощи других эвристик решение более сложной задачи сведено к варианту, при котором уместен метод подбора; «не работают» другие эвристики. Метод введения переменной эффективен в случаях, когда: в условии задачи содержится фраза «для любого (произвольного, каждого) числа»; в условии задачи представлено большое количество вариантов или ситуаций; задача не может быть решена другим способом, кроме составления уравнения; решение задачи требует доказательства и рассмотрения общего случая.

На сегодняшний день концепция решения задач Д. Пойя широко используется в американской школе, однако введение данной концепции произошло сравнительно недавно. В белорусской системе образования применение данных методов в решении задач известно еще с середины XX века. Поэтому концепция решения задач Д. Пойя не являлась чем-то новым для учителей белорусских школ. Однако, на наш взгляд, она требует более глубокого изучения и более широкого использования при решении задач в школьном курсе математики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чошанов, М.А. Америка учится считать: инновации в школьной математике США / М.А. Чошанов. – Рига: Эксперимент, 2001. – 212 с.

2. National Council of Teachers of Mathematics. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. – Reston, VA: Author, 1989.

3. Asher, M. Ethnomathematics: A Multicultural View of Mathematical Ideas / M. Asher. – Pacific Grove, GA: Brooks/Cole, 1991.

4. Krause, M. Multicultural Mathematics Materials / M. Krause. – Reston, VA: NCTM, 1983.

5. Zaslavsky, C. Multicultural Mathematics: Interdisciplinary Cooperative Leaming Activities / C. Zaslavsky. – Portland, Maine: J. Weston Walch Publ, 1993.

6. Arter, J. Understanding the Meaning and Importance of Quality Classroom Assessment / J. Arter. – Portland, OR: NREL, 1990.

7. DeFina, A. Portfolio Assessment / A. DeFina. – Jefferson City, MO: Scholastic Professional Books, 1992.

8. Johnson, N. Portfolios: Clarifying, Constructing, and Enhancing / N. Johnson, L. Rose: Lancaster, PA: Technomic, 1997.

9. Димиев, А. Классная Америка / А. Димиев: Казань: Парадигма, 2008. – 80 с.